

Janusz Nowak*, Wojciech Przystupa**, Andrzej Bochniak**

*Katedra Eksploatacji Maszyn i Zarządzania w Inżynierii Rolniczej

Akademia Rolnicza w Lublinie

**Katedra Zastosowań Matematyki

Akademia Rolnicza w Lublinie

MODELOWANIE PROCESU TLENOWEGO ROZKŁADU KISZONEK

Streszczenie

Analizowano wpływ wybranych warunków początkowych na zmiany stężenia tlenu i koncentracji drożdży w odkrytej warstwie kiszonki bezpośrednio po otwarciu silosu. W tym celu wykorzystano prosty model matematyczny tlenowego rozkładu kiszonek, który uwzględnia zmiany przestrzenno-czasowe tlenu i temperatury opisane równaniami dyfuzji.

Słowa kluczowe: kiszonka, model matematyczny, infiltracja

Wykaz oznaczeń

- K_m – stała Michaelis-Menten [kg/kg kiszonki],
 α – współczynnik związany z konwersją ADP do ATP,
 T_{opt} – optymalna temperatura rozwoju drożdży [°C],
 T – temperatura [°C],
 A_t – stała temperaturowa [°C⁻²],
 B_t – stała temperaturowa [°C⁻²],
 C – koncentracja drożdży [kg/kg kiszonki],
 μ_g – szybkość wzrostu drożdży [h⁻¹],
 μ_d – szybkość zamierania drożdży [h⁻¹],
 μ_{max} – maksymalna szybkość wzrostu drożdży [h⁻¹],
 Y_g – współczynnik wzrostu drożdży [kg drożdży/ kg substratu],
 c_p – ciepło właściwe kiszonki [J·kg⁻¹·°K⁻¹],
 c_w – ciepło właściwe wody [J·kg⁻¹·°K⁻¹],
 c_f – ciepło właściwe suchej masy kiszonki [J·kg⁻¹·°K⁻¹],
 d_m – sucha masa kiszonki [kg/ kg kiszonki],
 ϕ – porowatość,

- D – współczynnik dyfuzji tlenu w powietrzu [$\text{m}^2 \cdot \text{h}^{-1}$],
 τ – krętość,
 R_s – współczynnik zużycia tlenu [$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$],
 ψ – koncentracja tlenu w kiszonce [m^3 tlenu/ m^3 gazu kiszonkowego],
 ψ_o – koncentracja tlenu w powietrzu [m^3 tlenu/ m^3 powietrza],
 ρ – gęstość kiszonki [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],
 $\rho_{\max}$ – maksymalna gęstość kiszonki [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$],
 k – współczynnik przewodnictwa cieplnego kiszonki [$\text{J} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{K}^{-1}$],
 k_w – współczynnik przewodnictwa cieplnego wody [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{K}^{-1}$],
 k_o – współczynnik przewodnictwa cieplnego powietrza [$\text{J} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{K}^{-1}$],
 k_e – współczynnik energetyczny [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$].

Wprowadzenie

Kiszonka jest materiałem stabilnym jedynie w warunkach beztlenowych. Po otwarciu silosu zaczynają rozwijać się drożdże, pleśnie oraz bakterie tlenowe pozostające dotychczas w stanie anabiozy, co objawia się zazwyczaj wzrostem temperatury, pH i pojawieniem się pleśni. Szybkość i powierzchnia psucia się kiszonki w otwartym silosie zależy od składu chemicznego kiszonki, szybkości wnikania tlenu do kiszonki oraz szybkości zmian temperatury. Rozkład kiszonek w warunkach dostępu powietrza powoduje wysokie straty składników pokarmowych, znacznie obniża pobranie takiej paszy przez zwierzęta [Woolford 1990] oraz może prowadzić do wielu chorób, a nawet upadków zwierząt, szczególnie młodych.

Modele matematyczne opisujące proces tlenowego psucia się kiszonek oparte są na układach równań różniczkowych i można je podzielić na dwie grupy. Pierwsza grupa jest oparta na układach zwyczajnych równań różniczkowych [Courtin, Spolestra 1990; Muck i in. 1991; Ruxton, Gibson 1993], w których zakłada się, że proces tlenowego psucia się kiszonki nie ma wpływu na przestrzenne zmiany parametrów i zmiennych występujących w modelu. Założenie to jest spełnione w przypadku rozważania małych, luźnych porcji kiszonki lub w warunkach laboratoryjnych. W rzeczywistości w momencie otwarcia silosu, przestrzenne zmiany temperatury i koncentracji tlenu w pryzmie kiszonkowej mają istotny wpływ na parametry i zmienne występujące w modelu. W celu przezwyciężenia tych trudności tworzy się modele oparte na układach cząstkowych równań różniczkowych [Pitt, Muck 1993; Ruxton, Gibson 1994, 1995]. W modelach tych uwzględnia się zmiany przestrzenno-czasowe tlenu i temperatury, które opisywane są równaniami dyfuzji. W obu grupach modeli zmienne opisujące układ są typu ciągłego, co w ogólności jest spełnione.

Model matematyczny

Do opisu procesu wnikania tlenu do odsłoniętej warstwy kiszonki w silosie wykorzystano prosty model matematyczny przedstawiony w pracy [Pitt, Muck 1993]. W modelu tym zakłada się, że proces tlenowego rozkładu kiszonki występuje jedynie na odsłoniętej powierzchni silosu lub przyzmy kiszonkowej. Równanie opisujące rozwój drożdży ma postać:

$$\frac{dC}{dt} = (\mu_g - \mu_d) C \quad (1)$$

W modelu zakłada się, że szybkość wzrostu drożdży μ_g można przedstawić jako iloczyn maksymalnej szybkości wzrostu μ_{max} oraz funkcji $f(T)$ i $f(\Psi)$ opisujących odpowiednio wpływ temperatury i stężenia tlenu na rozwój wymienionych mikroorganizmów:

$$\mu_g = \mu_{max} \cdot f(T) \cdot f(\Psi) \quad (2)$$

Funkcje $f(T)$ i $f(\Psi)$ dane są w postaci równań (3) i (4):

$$f(T) = \begin{cases} \exp(-A_t(T - T_{opt})^2) & \text{dla } T < T_{opt} \\ \exp(-B_t(T - T_{opt})^2) & \text{dla } T \geq T_{opt} \end{cases} \quad (3)$$

$$f(\Psi) = \frac{\Psi}{K_m + \Psi} \left(\frac{\Psi_0}{K_m + \Psi_0} \right) \quad (4)$$

Szybkość zmian temperatury i stężenia tlenu opisują poniższe równania dyfuzji:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c_p \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{(1 - Y_g)}{Y_g} \frac{\alpha k_e}{c_p} \mu_g C \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = D \tau \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\rho}{\phi} \frac{(1 - Y_g)}{Y_g} R_s \mu_g C \quad (6)$$

Ciepło właściwe kiszonki c_p oraz przewodnictwo właściwe kiszonki k opisują poniższe równania

$$c_p = d_m c_w + (1 - d_m) c_f \quad (7)$$

$$k = k_w(1 - \phi) + k_o \phi \quad (8)$$

gdzie:

$$\phi = 1 - \frac{\rho}{\rho_{max}} \quad (9)$$

$$\rho_{max} = \frac{3000}{3 - d_m} \quad (10)$$

Występujący w wyrażeniu (6) współczynnik dyfuzji definiuje wyrażenie:

$$D = 0,0641 \left(\frac{T + 273}{273} \right)^2 \quad (11)$$

Wartości parametrów występujących w równaniach (1-11) przedstawiono w tabeli 1.

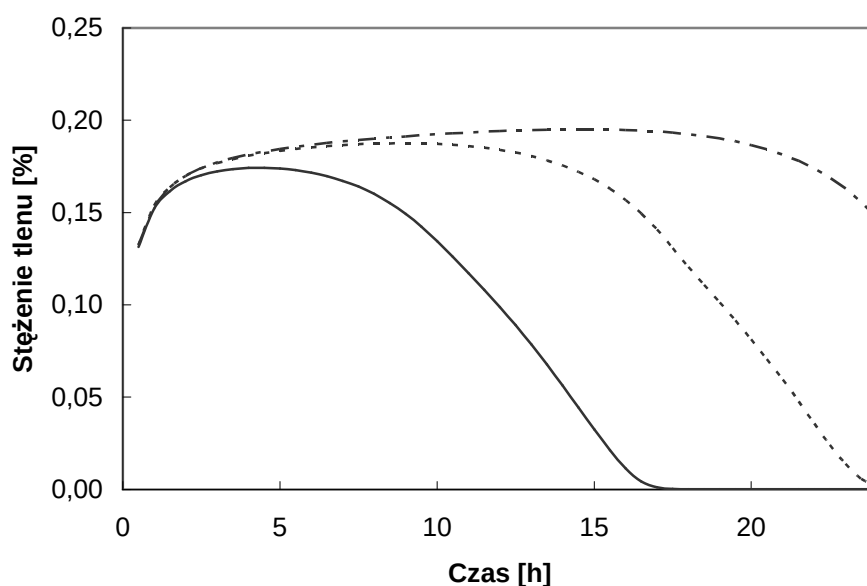
Tabela 1. Wartości parametrów występujących w równaniach (1-11)

Table 1. Parameter values in equations 1-11

Oznaczenie	Wartość
A_t	0,002 [1/C ²]
B_t	0,01 [1/C ²]
T_{opt}	32 [°C]
μ_d	0,01 [h ⁻¹]
μ_{max}	0,5 [h ⁻¹]
α	0,58
K_m	0,00145 [kg/kg kiszonki]
Y_g	0,5 [kg drożdży/ kg substratu]
R_s	0,747 [m ³ ·kg ⁻¹]
k_e	1,594·10 ⁷ [J·kg ⁻¹]
ψ_o	0,21 [m ³ tlenu/m ³ powietrza]
τ	2/3
c_w	4190 [J·kg ⁻¹ ·°K ⁻¹]
c_f	1890 [J·kg ⁻¹ ·°K ⁻¹]
k_w	2087 [J·kg ⁻¹ ·°K ⁻¹]
k_o	60 [J·h ⁻¹ ·m ⁻¹ ·°K ⁻¹]
d_m	0,3 [kg/ kg kiszonki]

Wyniki symulacji komputerowych

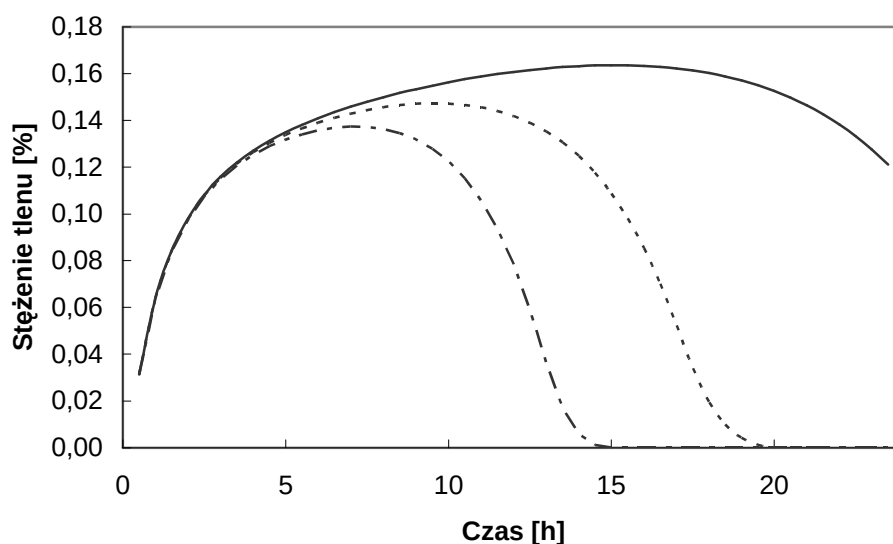
Wyniki symulacji komputerowych przedstawiono na rysunkach 1-4. Na rysunku 1 przedstawiono zmiany stężenia tlenu w zależności od czasu liczonego od chwili otwarcia silosu dla trzech koncentracji początkowych drożdży na głębokości 0,1 m i temperatury początkowej powietrza 25°C. Z przedstawionej zależności wynika, że stężenie tlenu we wstępnej fazie (0-5 h) swobodnego dostępu powietrza do czołowej strefy silosu w niewielkim stopniu zależy od początkowej koncentracji drożdży. W wymienionym okresie nastąpił jednak szybki wzrost stężenia tlenu do wartości 17-19%. Po 5 godzinach od chwili otwarcia silosu następuje dalszy nieznaczny wzrost koncentracji tlenu. Dla kiszonki z mniejszą początkową koncentracją drożdży stężenie tlenu nie przekroczyło wartości 17%. Dla kiszonki z większą początkową koncentracją drożdży proces tlenowego rozwoju drobnoustrojów jest znacznie przedłużony, a stężenie zwiększa się przez dłuższy okres po otwarciu silosu. Stężenie to jednak nie przekracza 21%.



Rys. 1. Zależność stężenia tlenu od czasu otwarcia silosu dla trzech różnych koncentracji początkowych drożdży C_0 : — 10^{-5} ; --- 10^{-6} ; - · - 10^{-7}

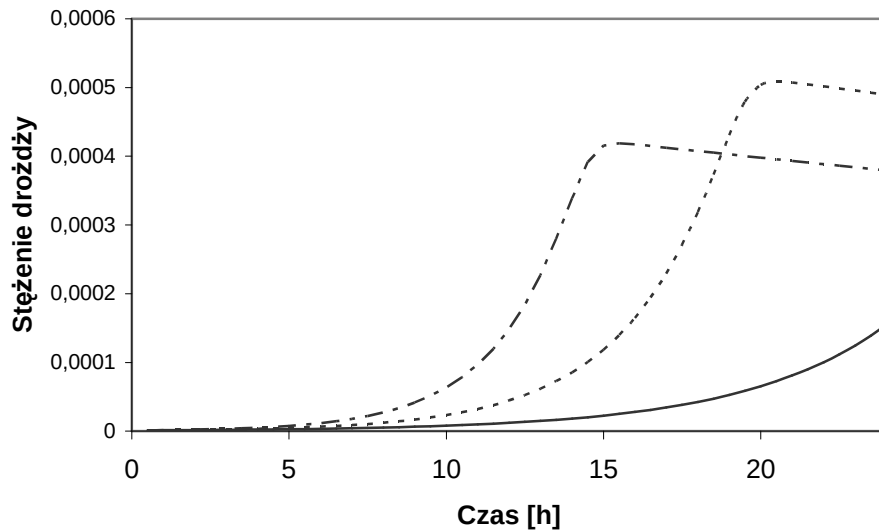
Fig. 1. Dependence of oxygen concentration from the duration of silo opening for three different initial yeast concentrations C_0 : — 10^{-5} ; --- 10^{-6} ; - · - 10^{-7}

Warto również zwrócić uwagę na zmianę stężenia tlenu w funkcji czasu otwarcia silosu i początkowej temperatury otoczenia. Z zależności przedstawionych na rysunku 2 wynika, że niższej temperaturze odpowiada wolniejsza w czasie zmiana stężenia tlenu. Świadczy to o małym natężeniu przemian mikrobiologicznych. Wyższa temperatura infiltrowanego w głąb kiszonki powietrza intensyfikuje przemiany tlenowe. Potwierdzają to zależności przedstawione na rysunku 3. Koncentracja drożdży w kiszonkach, której temperatura początkowa wynosiła 20°C nie zmieniała się praktycznie przez pierwsze 10 godzin po otwarciu silosu, a w końcowym okresie była kilkakrotnie niższa niż w kiszonkach o wyższej początkowej temperaturze.



Rys. 2. Zależność stężenia tlenu od czasu otwarcia silosu dla trzech różnych temperatur początkowych T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C

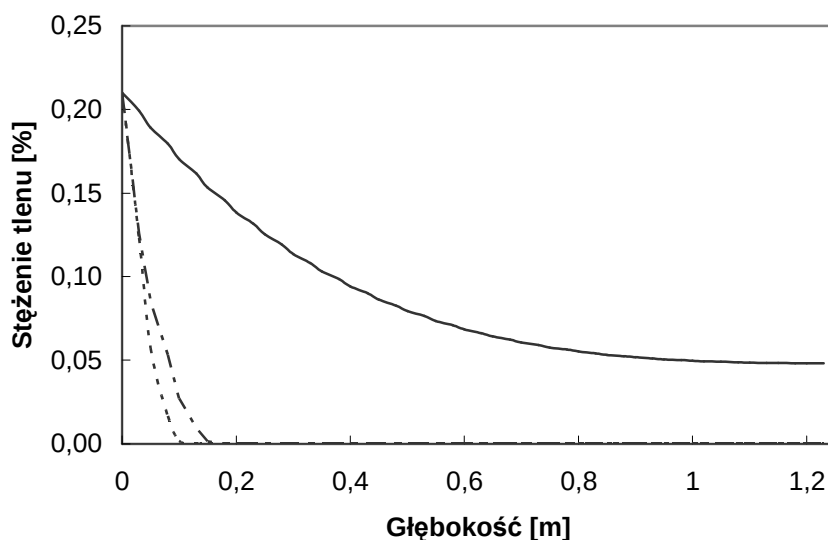
Fig. 2. Dependence of oxygen concentration from the duration of silo opening for three different initial temperatures T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C



Rys. 3. Zależność koncentracji drożdży od czasu otwarcia silosu dla trzech różnych temperatur początkowych T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C

Fig. 3. Dependence of yeast concentration from the duration of silo opening for three different initial temperatures T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C

Rezultaty symulacji przedstawionych na rysunku 4 informują o zależności stężenia tlenu w atmosferze gazów kiszonkowych w funkcji początkowej temperatury i odległości od czoła silosu. Informują one o tym, że wraz ze wzrostem początkowej temperatury zmniejsza się stężenie tlenu w kierunku dalej położonych od czoła silosu warstw kiszonki. Korzystniejsza temperatura dla rozwoju drobnoustrojów decyduje o szybkim zużywaniu się tlenu. Wykresy na rysunku 4 są zbieżne z rezultatami symulacji prowadzonych między innymi przez [McGechan, Williams 1994].



Rys. 4. Zależność stężenia tlenu od głębokości dla trzech różnych temperatur początkowych T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C po czasie 24 godzin od otwarcia silosu i koncentracji początkowej drożdży 10^{-6}

Fig. 4. Dependence of oxygen concentration from depth for three different initial temperatures T_0 : — 20°C ; --- 25°C ; - · - 30°C after 24 hours since opening the silo and initial yeast concentration 10^{-6}

Podsumowanie

W pracy przedstawiono model matematyczny opisujący proces wnikania tlenu do silosu z kiszonką. Model opisuje stężenie tlenu w zależności od głębokości oraz czasu liczonego od chwili otwarcia silosu. Otrzymane wyniki z przedstawionego prostego modelu matematycznego tlenowego rozkładu kiszonek są zgodne z wynikami zaprezentowanymi w pracy [McGechan, Williams 1994]. W oparciu o uzyskane rezultaty można dokonać oszacowania strat suchej masy w stosie kiszonkowym będących wynikiem infiltracji powietrza.

Bibliografia

Courtin M. G., Spolestra S.F. 1990. A simulation model of the microbial and chemical changes accompanying the initial stage of aerobic deterioration of silage. Grass and Forage Science, 45(2): 153-165.

- McGechan M. B., Williams A.G. 1994. A model of air infiltration losses during silage storage. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 57(4): 237-249.
- Muck R.E., Pitt R.E., Leibensperger R.Y. 1991. A model of aerobic fungal growth in silage. 1. Microbial characteristics. *Grass and Forage Science*, 46(3): 283-299.
- Pitt R.E., Muck R.E. 1993. A diffusional model of aerobic deterioration at the exposed face of bunker silos. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 55(1): 11-26.
- Ruxton G.D., Gibson G.J. 1993. A critical introduction to mathematical modelling of the aerobic deterioration of silage. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 62(3): 209-217.
- Ruxton G.D., Gibson G.J. 1994. Effect on deterioration of spraying the open face of a silage bunker with propionic acid. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 58(3): 159-168.
- Ruxton G.D., Gibson G.J. 1995. A mathematical model of the aerobic deterioration of big-bale silage and its implications for the growth of *Listeria monocytogenes*. *Grass and Forage Science*, 50(4): 331-344.
- Woolford M.K. 1990. The detrimental effects of air on silage. *Journal of Applied Bacteriology*, 68(2): 101-116.

MODELLING OF THE OXYGEN DECOMPOSITION PROCESS OF SILAGE

Summary

The impact of selected initial conditions on changes in oxygen concentration and yeast concentration in open silage layer immediately after opening the silo was analyzed. A simple mathematical model of oxygen decomposition of silage was used for this purpose, taking into account spatial and temporal changes of oxygen and temperature, described by using diffusion equations.

Key words: silage, mathematical model, infiltration