

Grzegorz Łysiak
Katedra Eksploatacji Maszyn Przemysłu Spożywczego
Akademia Rolnicza w Lublinie

ZASTOSOWANIE ROZKŁADU WEIBULLA DO OCENY WYTRZYMAŁOŚCI NASION GROCHU

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki analiz wybranych właściwości wytrzymałościowych nasion grochu przy wykorzystaniu statystyki Weibulla. Pojedyncze nasiona o wilgotności w zakresie 4-14% ściskano na maszynie wytrzymałościowej Zwick. Określono wartości sił i odkształceń w momencie pęknięcia nasiona oraz na podstawie rozkładu ich wyników określono wartości parametrów m i β_o rozkładu Weibulla. Wartości parametru kształtu m malały wraz ze wzrostem wilgotności nasion. Większy spadek obserwowano w przypadku rozkładu wartości odkształceń do punktu pęknięcia. Wraz ze wzrostem wilgotności zmniejszały się prostoliniowo wartości parametru β_o dla sił w momencie pęknięcia oraz rosły nieliniowo dla odkształceń. Obserwowane różnice wskazują na możliwości rozszerzenia oceny zachowania materiałów biologicznych w procesie ściskania o informacje uzyskane przy zastosowaniu do analiz statystyki Weibulla.

Słowa kluczowe: właściwości wytrzymałościowe, rozkład Weibulla, groch

Wprowadzenie

Właściwości mechaniczne nasion odgrywają znaczącą rolę dla przebiegu i efektywności procesów przetwarzania oraz jakości uzyskiwanych produktów. Jednymi z podstawowych metod dla ich oceny są badania wytrzymałościowe, a wśród nich test osiowego ściskania. Wyniki tych badań zależne są od właściwości materiałów m.in. wymiarów, kształtu, niejednorodności struktury oraz warunków realizacji pomiarów, przykładowo prędkości obciążania. Ich duży rozrzut jest charakterystyczny szczególnie dla materiałów biologicznych i nie rzadko przysparza wiele trudności interpretacyjnych. Stosowanie w takich przypadkach teorii prawdopodobieństwa często wydaje się nieodzowne [Bika i in. 2001] lub użyteczne. Dla analizy problemów wytrzymałościowych, często może być rozkład Weibulla oparty

o kryterium „*najstabszego ogniwa*”. Przykładem wykorzystania i integracji statystyki Weibulla i mechaniki dla oceny wytrzymałości materiałów są m.in. badania wytrzymałości i jakości granulatu [Aarseth i in 2003], oraz procesu ich transportu [Aarseth 2004], właściwości mechanicznych ziemniaków [Scanlon i in. 1995], wpływu wymiarów cząstek na wyniki jednoosiowego ściskania [Pitchumani i in 2004], wpływu prędkości na właściwości mechaniczne PZT [Huang i in 1999]. Wyniki tych prac dostarczają cennych informacji dla oceny właściwości czy zachowania określonego materiału bądź przebiegu zjawiska lub procesu. Nieliczne jednak wykorzystanie probabilistyki w analizie wyników badań wytrzymałościowych materiałów roślinnych skłania do prowadzenia dalszych badań w tym zakresie.

Cel pracy

Celem pracy jest określenie parametrów rozkładu i użyteczności statystyki Weibulla dla wyników badań jednoosiowego ściskania nasion grochu o zróżnicowanej wilgotności.

Metodyka badań

Badania jednoosiowego ściskania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Zwick dla grochu odmiany *Baccara* o wilgotności 4, 6, 8, 10, 12 i 14%. Pojedyncze nasiona, umieszczone płaszczyzną podziału równoległe do powierzchni płaskich płyt, ściskano z prędkością 10mm/min. Badania wykonano w 20-u powtórzeniach. Określono wartości sił F_p i odkształceń l_p w momencie pęknięcia nasiona. Punkt pęknięcia odpowiadający wyraźnemu spadkowi siły na charakterystyce obciążenie-odkształcenie wyznaczono automatycznie przy pomocy oprogramowania testXpert firmy Zwick. Dla nasion o zróżnicowanej wilgotności wyznaczono wartości parametrów m i β_o rozkładu Weibulla dla skumulowanej funkcji prawdopodobieństwa pęknięcia nasiona $P_p(x)$, przy osiągnięciu siły F_p lub odkształcenia l_p :

$$P_p(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta_o}\right)^m\right] \quad (1)$$

Parametry rozkładu określono po przestawieniu równania 1 i zlogarytmowaniu do postaci

$$\ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - P_p(x)}\right)\right] = m \ln x - m \ln \beta_o \quad (2)$$

Parametr m w równaniu jest parametrem kształtu rozkładu i jest równy współczynnikowi kierunkowemu prostej regresji na wykresie prawdopodobieństwa. Parametr skali β_o jest określony równaniem 3 [Aarseth 2003, Huang i in. 1999]:

$$\beta_o = \exp(-m \ln \beta_o / m) \quad (3)$$

Parametr skali β_o odpowiada takiej wartości x (w analizowanym przypadku siły dla punktu pęknięcia F_p oraz odkształcenia l_p) dla którego pęknięcie występuje dla 63,2% nasion. $P_p(x)$ określono po uszeregowaniu wzrastająco wartości rozpatrywanego parametru F_p i l_p ze wzoru [Aarseth 2003, Huang i in. 1999]:

$$P_p(x) = \frac{(i - 0,5)}{n} \quad (4)$$

Procedurę wyznaczania parametrów na przykładzie siły dla punktu pęknięcia zilustrowano w tabeli 1. Wyznaczone w teście ściskania wartości sił w momencie pęknięcia w 20 powtórzeniach uporządkowano w kolejności wzrastającej. Skumulowane prawdopodobieństwa $P_p(x)$ obliczone z równania 4 służyły do obliczenia prawdopodobieństw rozkładu Weibulla $\ln[\ln(1/1-P_p(x))]$. Parametry rozkładu oszacowano metodą regresji prostoliniowej gdzie $\ln F_p$ stanowił zmienną niezależną natomiast prawdopodobieństwa Weibulla zmienną zależną.

Tabela 1. Procedura obliczania parametrów rozkładu Weibulla na przykładzie siły dla punktu pęknięcia

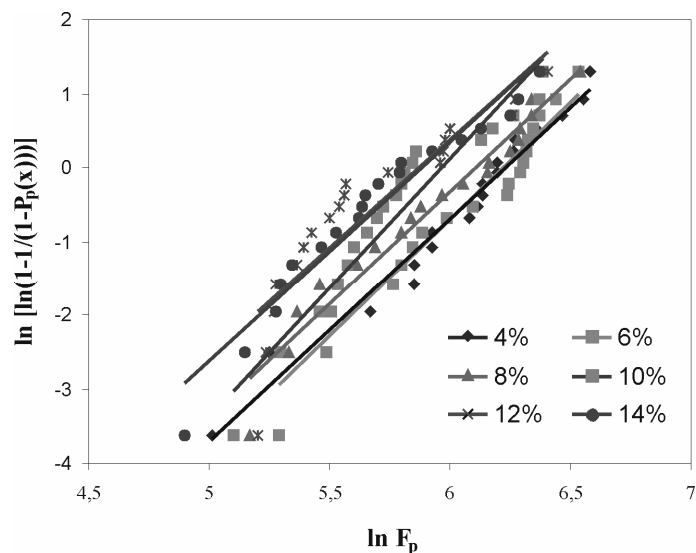
Table 1. Procedure of calculating Weibull distribution parameters on the example of the force for cracking point

L_p	$P_p(x)$	F_p [N]	$\ln F_p$	$\ln[\ln(1/1-P_p(x))]$
1	0,025	150,6	5,014	-3,676
2	0,075	190,0	5,247	-2,551
3	0,125	289,0	5,666	-2,013
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	0,925	719,9	6,579	0,951

Analizy wykonano przy wykorzystaniu programów Excel i Statistica.

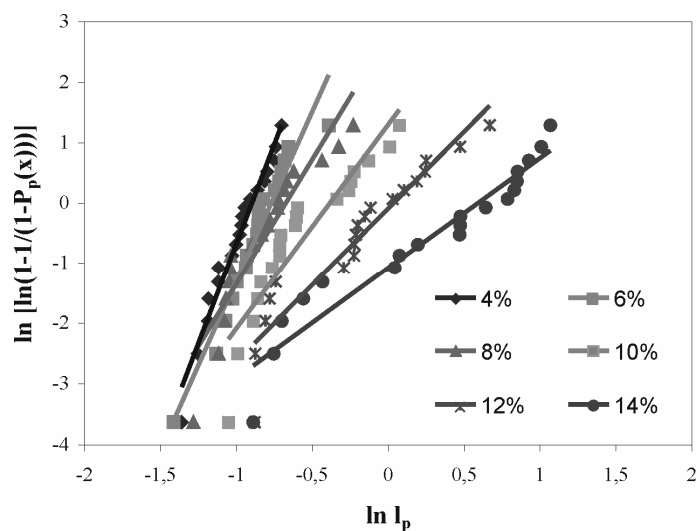
Wyniki badań i ich analiza

Rozkłady prawdopodobieństwa dla wartości sił i odkształceń w punkcie pęknięcia nasiona przedstawiono na rys. 1 i 2. Współczynnik kształtu m dla tak przedstawionych wyników badań obrazuje nachylenie krzywej prawdopodobieństwa. Współczynniki determinacji dla krzywych regresji wynosiły od 0,815 do 0,971 dla sił F_p , oraz od 0,856 do 0,967 dla odkształceń l_p . W przypadku odkształcenia zaobserwowano zmniejszanie współczynnika kierunkowego prostej regresji wraz ze wzrostem wilgotności nasion. W przypadku sił dla punktu pęknięcia wpływ wilgotności nie był wyraźny. Wilgotność nie wpływała istotnie na wartości m dla siły w punkcie pęknięcia F_p (rys. 3). Silną liniową zależność parametru kształtu rozkładu i wilgotności zaobserwowano natomiast dla odkształcenia do punktu pęknięcia (rys. 4).



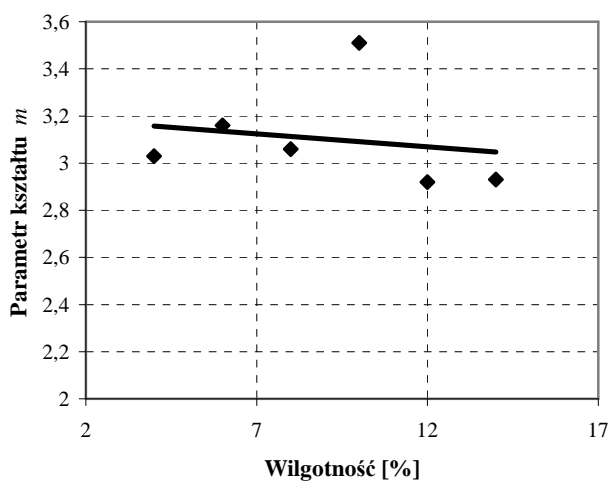
Rys. 1. Wykres prawdopodobieństwa Weibulla dla siły w punkcie pęknięcia nasiona

Fig. 1. Weibull probability graph for the force in the cracking point of the seeds



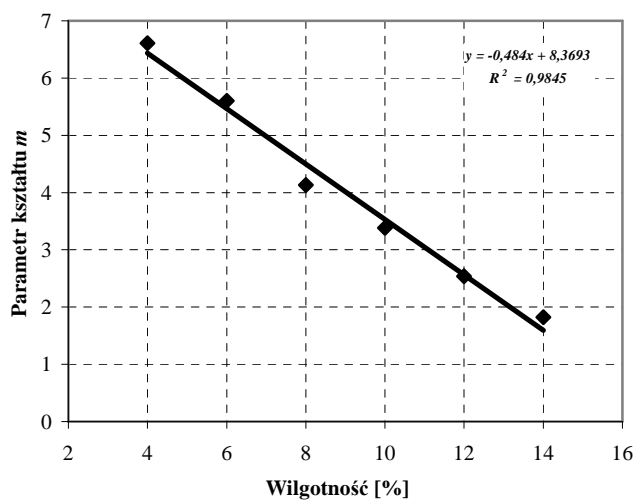
Rys. 2. Wykres prawdopodobieństwa Weibulla dla odkształcenia do punktu pęknięcia nasiona

Fig. 2. Weibull probability graph for the deformation until the cracking point of the seeds



Rys. 3. Wartości parametru kształtu dla siły w punkcie pęknięcia nasiona w zależności od wilgotności

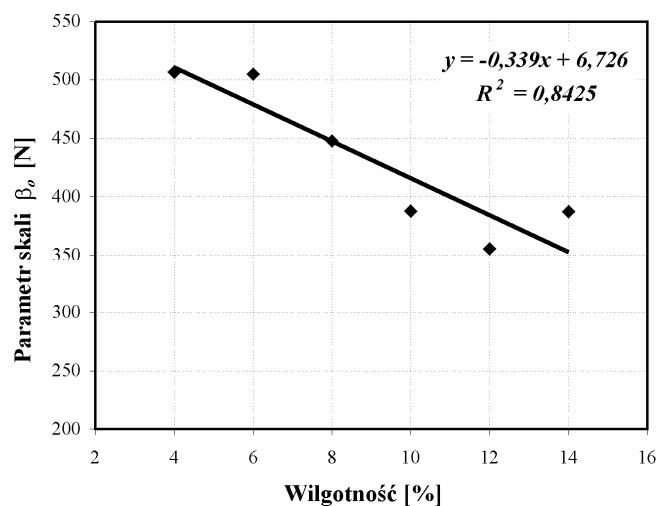
Fig. 3. Shape parameter values for the force in the cracking point of the seeds in function of humidity



Rys. 4. Wartości parametru kształtu dla odkształcenia do punktu pęknięcia nasiona w zależności od wilgotności

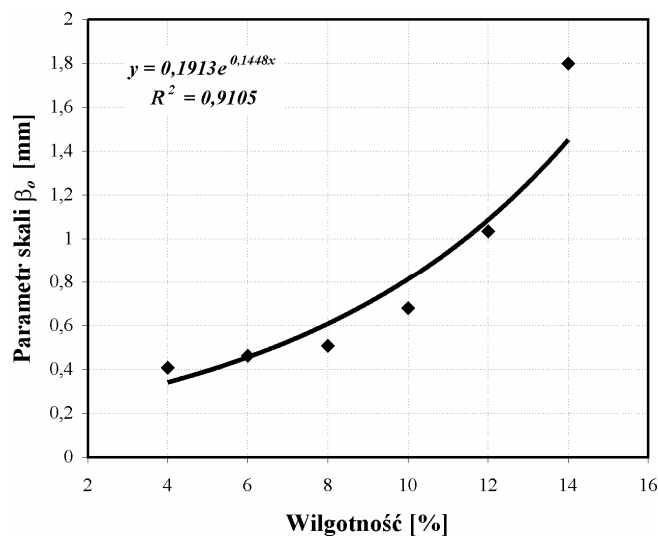
Fig. 4. Shape parameter values for deformation until the cracking point of the seeds in function of humidity

Wartości parametru skali rozkładu β_o przedstawiono na rys. 5 i 6.



Rys. 5. Wartości parametru skali dla siły w punkcie pęknięcia nasiona w zależności od wilgotności

Fig. 5. Scale parameter values for the force in the cracking point of the seeds in function of humidity



Rys. 6. Wartości parametru skali dla odkształcenia do punktu pęknięcia nasiona w zależności od wilgotności

Fig. 6. Scale parameter values deformation until the cracking point of the seeds in function of humidity

Dla sił w punkcie pęknięcia obserwowano liniowy spadek wartości tego parametru wraz ze wzrostem wilgotności nasion. Podobnie jak dla współczynnika kształtu, większa a zarazem silniejsza (na co wskazuje wyższy współczynnik determinacji 0,910) zmienność wraz z wilgotnością jest charakterystyczna dla odkształcenia do punktu pęknięcia nasiona. Również w tym przypadku wraz ze wzrostem wilgotności zaobserwowano szybszy wzrost wartości parametru skali (odkształcenia do punktu pęknięcia).

Wnioski

1. Wartości parametru kształtu rozkładu Weibulla m malały wraz ze wzrostem wilgotności nasion. Większy spadek tego parametru oraz współczynnik korelacji zależności od wilgotności uzyskano dla rozkładu wartości odkształceń do punktu pęknięcia. Spadek ten miał charakter liniowy.
2. Wraz ze wzrostem wilgotności zmniejszały się prostoliniowo wartości parametru skali β_o w przypadku sił obserwowanych w momencie pęknięcia. Dla rozkładu odkształceń, wartości parametru β_o rosły nieliniowo ze zwiększaniem wilgotności nasion.
3. Obserwowane różnice wskazują na możliwości rozszerzenia oceny zachowania materiałów biologicznych w procesie ściskania o informacje uzyskane przy zastosowaniu do analiz statystyki Weibulla.

Bibliografia

Aarseth K.A. 2004. Attrition of Feed Pellets During Pneumatic Conveying: The Influence of Velocity and Bend Radius. *Biosystems Engineering* 89(2), s. 197-213.

Aarseth K.A. Prestolokken E. 2003. Mechanical Properties of Feed Pellets: Weibull Analysis. *Biosystems Engineering* 84(3), s. 349-361.

Bika D. G., Gentzler M., Michaels J. N. 2001. Mechanical properties of agglomerates. *Powder Technology* 117, s. 98-112.

Huang H., Hing P. 1999. The relationship between the mechanical properties and microstructures of sintered PZT. *Journal of Materials Processing Technology* 89-90, s. 538-543.

Pitchumani R. Zhupanska O., Meesters G.M.H., Scarlett B. 2004. Measurement and characterisation of particle strength using a new robotic compression tester. *Powder technology* 143-144, s. 56-64.

Scanlon M.G., Long A.E. 1995. Fracture strengths of potato tissue under compression and tension at two rates of loading. *Food Res. Int.* 28(4), s. 397-402.