

Jerzy Bohdziewicz
Instytut Inżynierii Rolniczej
Akademia Rolnicza we Wrocławiu

WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNE WARZYW O KSZTAŁCIE KULISTYM

Streszczenie

Do analizy przebiegu deformacji warzyw i owoców o kształcie kulistym, wykorzystuje się równania konstytutywne oraz hipotezy wytrzymałościowe, np. zagadnienia Hertza i Boussinesq'a. Istnieją jednak zgrubienia jadalne warzyw, utworzone z przylegających do siebie niezależnych liści, w stosunku do których przydatność tych teorii jest wątpliwa.

Proponowana metoda umożliwia wyznaczenie umownego oporu mechanicznego, stawianego przez bryłę kulistą ściskaną pomiędzy dwiema płytami. Przeprowadzono testy wytrzymałościowe oraz histerezy odkształceń cebuli i pędów kapusty brukselskiej, porównano wielkości nakładów energii właściwej na jednostkę masy oraz obliczono pozorny współczynnik sprężystości.

Słowa kluczowe: warzywa, pozorny współczynnik sprężystości, energia właściwa odkształcenia

Wprowadzenie

Kulisty kształt zgrubień jadalnych warzyw w istotny sposób ogranicza możliwości prowadzenia badań wytrzymałościowych, z uwagi na istotne rozbieżności uzyskanych wyników w stosunku do obliczeń, wynikających z rozwiązań równań konstytutywnych. Do analizy przebiegu deformacji warzyw i owoców, wykorzystuje się równania konstytutywne oraz hipotezy wytrzymałościowe dotyczące rozkładu naprężeń w ciałach o kształcie brył obrotowych (np. zagadnienia Hertza i Boussinesq'a). Istotnym ograniczeniem w stosowaniu tych teorii, poza założeniami jednorodności, izotropii i liniowej sprężystości ciał, jest wymóg występowania jedynie niewielkich odkształceń i powierzchni kontaktu [Timoshenko, Goodier 1962]. Pozorny moduł sprężystości materiałów roślinnych można obliczyć:

$$E = \frac{3 \cdot F \cdot (1 - \nu^2)}{\sqrt{2} \cdot R \cdot D^3} \quad \text{Mohsenin [1986]} \quad (1)$$

lub po przekształceniu

$$E = [0,752 \cdot F \cdot (1 - \nu^2) / z^{3/2}] \cdot (1/R)^{0,5} \quad [\text{Sitkei 1987}] \quad (2)$$

gdzie:

- F – siła,
- ν – współczynnik Poissona,
- $D; z$ – odkształcenie,
- R – promień krzywizny.

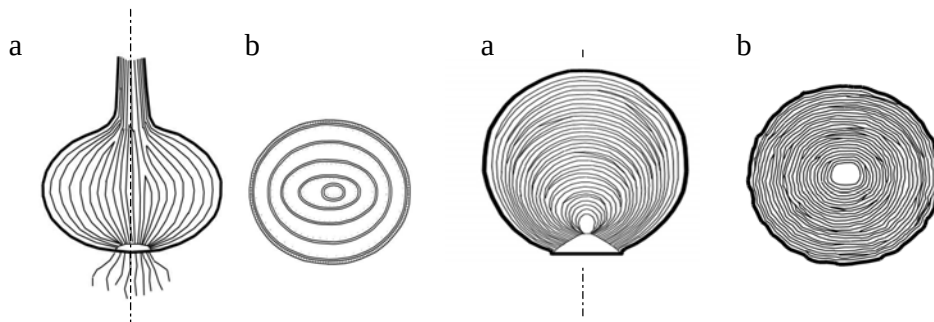
Według standardów ASAE [1995] pozorny moduł sprężystości można obliczyć:

$$E = \left(\frac{0,338 \cdot F(1 - \mu^2)}{D^{1,5}} \right) \cdot \left[K_u \cdot \left(\frac{1}{R_u} + \frac{1}{R'_u} \right)^{0,33} + K_L \cdot \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R'_L} \right)^{0,33} \right]^{1,5} \quad (3)$$

gdzie:

- μ – współczynnik Poissona,
- $K_u; K_L$ – stałe dla dolnej i górnej powierzchni styku,
- $R_{(\text{index})}$ – promienie krzywizny w miejscu styku.

Jak można zauważyć, w równaniach tych istotne znaczenie ma współczynnik Poissona oraz pole powierzchni kontaktu pomiędzy obiektem badań a przyrządem pomiarowym, brak jest jednak jednoznacznej metodyki ich wyznaczenia. W efekcie, w odniesieniu do wielu jadalnych zgrubień warzyw, a w szczególności do utworzonych z przylegających do siebie niezależnych liści (np. cebula, kapusta brukselska), przydatność tych równań jest wątpliwa. Przyczynami są niejednorodność i nieciągłość rozpatrywanej struktury (rys.1) oraz możliwość przemieszczania się liści względem siebie.



Rys. 1. Przekrój wzdłuż osi głównej rośliny (a) i w kierunku promieniowym (b) cebuli i pędu kapusty brukselskiej

Fig. 1. The section along the plant axis (a) and radial section (b) of the onion and Brussels sprout

Celem pracy było wyznaczenie pozornego modułu sprężystości na podstawie hipotezy Beltramego, w której kryterium wytrzymałościowe stanowi energia właściwa rzeczywistego odkształcenia, traktowanego jako sprężyste.

Metoda pomiaru energii odkształcenia

Punktem wyjścia do opracowania metody wyznaczenia pozornego modułu sprężystości było równanie empiryczne [Blahovec 1991] :

$$E = i_2 \cdot a_e / (i_1 \cdot R^2 \cdot a_t) \quad (4)$$

w którym parametry i_1 ; i_2 ; a_e ; a_t obliczono na podstawie aproksymacji nieliniowego przebiegu siła – przemieszczenie, natomiast R jest promieniem krzywizny. Niedogodnością jest jednak brak jednoznacznej interpretacji fizycznej otrzymanych parametrów.

Proponowana metoda oceny właściwości mechanicznych na podstawie pomiaru energii właściwej odkształcenia, umożliwia wyznaczenie pozornego współczynnika sprężystości, jako miary oporu mechanicznego, stawianego przez bryłę kulistą ściskaną pomiędzy dwiema płytami. Z zasady równowartości pracy i energii wynika, że praca sił zewnętrznych L_z jest równa zmianie potencjalnej energii wewnętrznej U_w zwanej energią sprężystą odkształcenia [Timoshenko, Goodier 1962]. W układzie rzeczywistym energię sprężystą określa się jako pracę sił uogólnionych Q_i skutkującą przemieszczeniami uogólnionymi γ_i

$$L_z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \cdot \gamma_i = U_w \quad (5)$$

Ponieważ zapis ten nie pozwala na obiektywne porównanie energii wewnętrznych, uwzględniono objętość V rozpatrywanego obiektu.

$$\bar{u} = \frac{U_w}{V} \quad (6)$$

Uzyskany zapis, określany jako energia jednostkowa bądź energia właściwa, pozwala na obliczenie pozornego współczynnika sprężystości E_C , w tym wypadku rozumianego jako miara oporu materiału podczas jego ściskania. Zgodnie z hipotezą Beltramego dla jednoosiowego stanu naprężenia

$$\bar{u} = \frac{E_C \cdot \epsilon^2}{2} \quad (7)$$

gdzie:

ϵ - odkształcenie względne.

Energię właściwą odniesiono do gęstości ρ materiału, co umożliwiło określenie zdolności kumulacji energii w jednostce masy

$$\bar{u}_m = \frac{\bar{u}}{\rho} \quad (8)$$

Materiał i metody

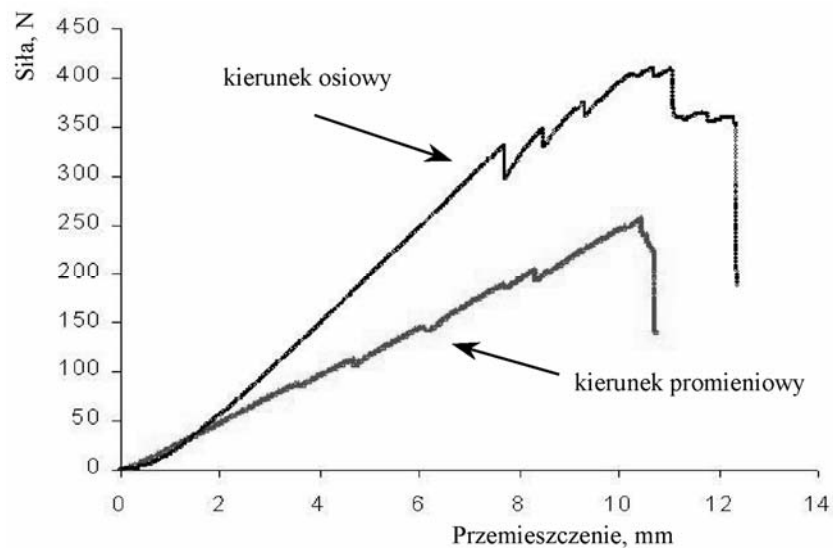
Obiektem badań były kuliste zgrubienia jadalne cebuli (*Allium cepa* L.) odmiany Wolska oraz pędy boczne kapusty brukselskiej (*Brassica oleracea* L. var. *gemmifera*) odmiany Maczuga, selekcjonowane pod względem rozmiarów w trzech kierunkach. Średnice zawierały się w granicach 35–50 mm (cebula) oraz 20–45 mm (kapusta brukselska). Zastosowano standardowe metody do wyznaczenia gęstości i zawartości suchej substancji, w odniesieniu do każdego egzemplarza. Ogółem przebadano po 200 sztuk każdego z warzyw.

Wyznaczano charakterystyki siła – przemieszczenie na podstawie testu wytrzymałościowego i histerezy odkształceń w warunkach quasi-statycznych, na maszynie wytrzymałościowej typu Instron 5566, prędkość przemieszczenia głowicy pomiarowej równa $2 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. Do obliczeń nakładów energetycznych wykorzystano metodę całkowania numerycznego.

Wyniki badań

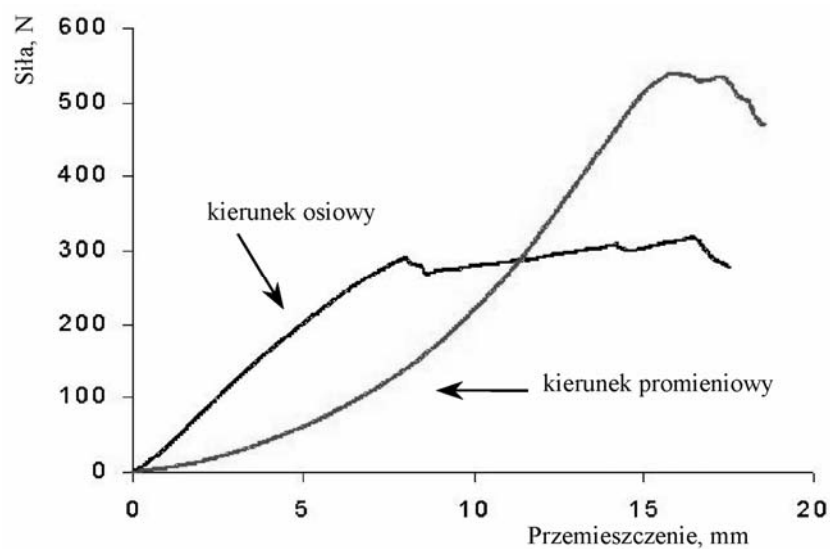
Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono przebiegi zależności siła – przemieszczenie, typowe dla badanych warzyw. Do obliczeń energii właściwej przyjęto wartość siły odpowiadającej tzw. punktowi ustąpienia (bioyield point), tzn. maksymalnej wartości siły, której odpowiada tylko jedna wartość odkształcenia. Jak podają Mohsenin [1986], Sitkei [1987], Blahovec [2001] odpowiada to granicy biologicznej wytrzymałości badanego materiału. Obserwowane zjawisko pozornego umocnienia materiału, wyklucza możliwość obliczenia pozornego modułu sprężystości metodą siecznej (secant modulus) lub stycznej (tangent modulus).

Zestawienie wyników obliczeń pochłoniętej energii, przypadającej na jednostkę masy, pokazano na rysunkach 4 i 5. Zauważalne jest znaczenie kierunku przyłożenia obciążenia, widoczne także podczas testu histerezy odkształceń. Odkształcenie cebuli przy ściskaniu w kierunku osiowym wymaga większych nakładów pracy, niż dla kierunku promieniowego. W przypadku pędów kapusty brukselskiej mamy do czynienia z sytuacją odwrotną.



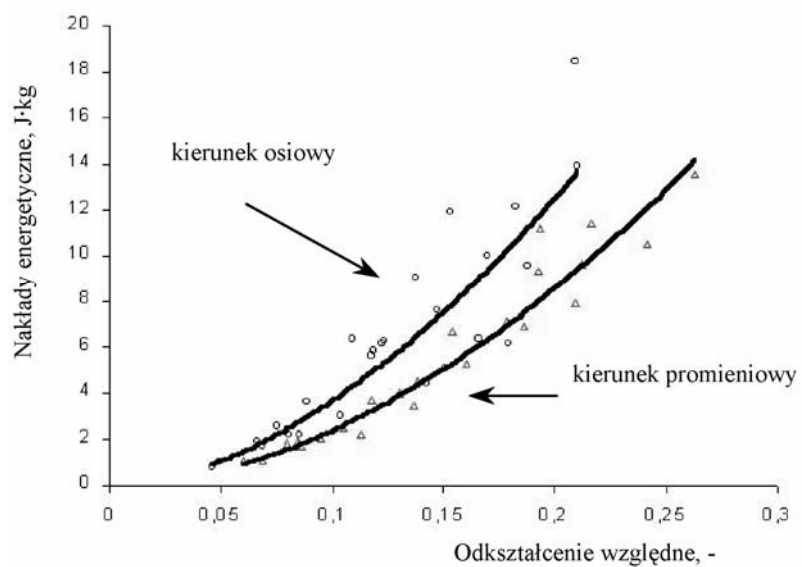
Rys. 2. Porównanie przebiegów siła – przemieszczenie, test wytrzymałościowy cebuli

Fig. 2. The comparison of courses force - displacement, strength test of the onion

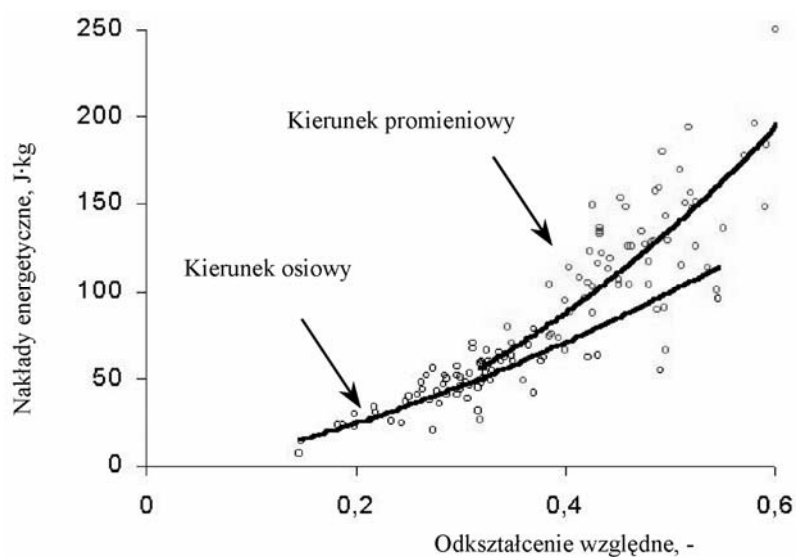


Rys. 3. Porównanie przebiegów siła – przemieszczenie, test wytrzymałościowy pędów kapusty brukselskiej

Fig. 3. The comparison of courses force - displacement, strength test of the Brussels sprouts



Rys. 4. Porównanie nakładów energii odkształcenia, test wytrzymałościowy cebuli
Fig. 4. The comparison values of the deformation energy, strength test of the onion



Rys. 5. Porównanie nakładów energii odkształcenia, test wytrzymałościowy pędów kapusty brukselskiej
Fig. 5. The comparison values of the deformation energy, strength test of the Brussels sprouts

Zestawienie wyników obliczeń wybranych cech fizycznych badanych warzyw zamieszczono w tabelach 1 i 2. Zakres zmienności wartości średniej nie przekraczał $\pm 10\%$ żadnego z podanych wyników i został obliczony na podstawie rozkładu Studenta-Fishera na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Na podstawie próby wytrzymałościowej można stwierdzić, że odkształcenie pędów kapusty brukselskiej wymaga kilkakrotnie większych nakładów energetycznych, natomiast opory ruchu są jedynie blisko dwukrotnie większe, niż w przypadku cebuli o zbliżonych rozmiarach. Zbliżone zależności występują także po pozornym umocnieniu materiału, na skutek cyklicznych obciążeń podczas testu histerezy, (tabela 2).

Tabela 1. Wybrane cechy fizyczne badanych warzyw, próba wytrzymałościowa
Table 1. Selected physical properties of investigated vegetables, the strength test

Obiekt badań	Kierunek	Gęstość $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	Zawartość suchej substancji	Praca odkształcenia $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$	Współczynnik sprężystości MPa
Cebula	osiowy	960	12 %	6,3	1,5
	promieniowy			5,7	0,9
Kapusta brukselska	osiowy	1000	18 %	47,5	2,1
	promieniowy			122,1	2,2

Tabela 2. Wybrane cechy mechaniczne badanych warzyw, realizacja pierwszej i trzeciej pętli histerezy odkształceń

Table 2. Selected mechanical properties of investigated vegetables, realization of the first and third hysteresis loop

Obiekt badań	Kierunek	Praca odkształcenia $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$				Umowny współczynnik sprężystości, MPa			
		obciążanie	odciążanie	obciążanie	odciążanie	obciążanie	odciążanie	obciążanie	odciążanie
Cebula	osiowy	2,5	0,8	1,3	0,8	1,4	1,4	2,1	1,4
	promieniowy	1,6	0,7	1,0	0,7	0,9	0,9	1,3	0,9
Kapusta brukselska	osiowy	8,4	2,7	4,0	2,5	2,2	2,6	3,9	2,8
	promieniowy	32,2	7,3	11,4	6,6	2,6	3,8	2,3	1,6

Wnioski

1. Proponowana metoda ceny właściwości mechanicznych na podstawie pomiaru energii właściwej odkształcenia, umożliwia wyznaczenie pozornego współczynnika sprężystości, jako miary oporu mechanicznego. Ten sposób wyzna-

czania wytrzymałości umożliwia odniesienie otrzymanych wyników do powszechnie przyjętych pojęć, w których większa siła, potrzebna do zgniecenia danego obiektu, wynika ze zmiany wielkości i kształtu jego pola przekroju poprzecznego. Jest to o tyle istotne, o ile obserwowane zjawiska, zachodzące podczas ściskania warzyw utworzonych z autonomicznych liści, mają inny przebieg niż w zgrubieniach jadalnych warzyw, posiadających w miarę ciągłą strukturę tkankową.

2. Pozorny współczynnik sprężystości pędów kapusty brukselskiej ma wartość prawie dwukrotnie większą, niż w przypadku cebuli o zbliżonych rozmiarach.

Bibliografia

ASAE 1995. Compression test of food materials of convex shape. ASAE Standards (S 368.3).

Blahovec J. 1991. Stlačování dužnatého plodu s tuhou slupkou mezi dvěma deskami - matematický model. *Zemědělska Technika* 37(7): 383-389.

Blahovec J. 2001. Static mechanic and texture of fruits and vegetables. *Research in Agricultural Engineering* 47(4), s. 144-169.

Mohsenin N.N. 1986. *Physical Properties of Plant and Animal Materials*. 2nd Ed. Gordon & Breach Science Publ. New York.

Sitkei G. 1987. *Mechanics of agricultural materials*. Akademiai Kiado. Budapest.

Timoshenko S., Goodier J.N. 1962. *Teoria sprężystości*. Wyd. Arkady, Kraków.

MECHANICAL PROPRIETIES OF ROUND VEGETABLES

Summary

To the analysis of the course deformation of round vegetables and fruits, are uses the constitutive equations and strength hypotheses, eg. Hertz and Boussinesq problems. Exist however edible callosities of vegetables formed from close-fitting to themselves independent leaves, with relation to of which the usefulness of these theories is doubtful. Proposed method makes possible the delimitation of the conventional mechanical resistance, placed by the spherical block squeezed among two plates. It were makes hysteresis and strength tests of the onion and Brussels sprouts, one compared values of the proper energy on the mass unit and one counted the apparent coefficient of the elasticity.

Key words: vegetables, apparent coefficient of the elasticity, proper energy of the deformation