

Jolanta Królczyk, Marek Tukiendorf
Wydział Mechaniczny
Politechnika Opolska

MODELOWANIE UDZIAŁÓW WIELOSKŁADNIKOWEJ PASZY ZA POMOCĄ FUNKCJI HARMONICZNEJ

Streszczenie

W artykule podjęto próbę opisu procesu mieszania czternastokładnikowej paszy dla gołębi w mieszalniku z pionowym mieszadłem o działaniu okresowym. W wyniku przeprowadzonych pomiarów zaobserwowano charakter zależności zmiany procentowego udziału poszczególnych składników mieszaniny w funkcji czasu mieszania. Charakter tych zmian został opisany za pomocą funkcji drgań tłumionych. Do wymodelowania krzywej drgań tłumionych wykorzystano dwie metody: klasyczną oraz bayesowską.

Słowa kluczowe: materiały ziarniste, niejednorodna mieszanina ziarnista, pasza, funkcja harmoniczna

Wprowadzenie

Mieszanie niejednorodnych, wieloskładnikowych układów ziarnistych jest procesem złożonym. Komponenty mieszaniny ziarnistej różnią się przede wszystkim takimi własnościami jak przeciętne wymiary ziaren i gęstość. Większość układów spotykanych w praktyce przemysłowej to układy niejednorodne. Jako przykład mieszania niejednorodnego, wieloskładnikowego układu można podać proces produkcji pasz i mieszanek paszowych [Boss 1987]. Układy takie składają się ze składników organicznych (np. nasiona) oraz nieorganicznych (np. lekarstwa) [Grochowicz 1996]. Różnice cech mieszanych ziaren, prowadzenie procesu mieszania w określonym typie urządzenia mieszającego oraz warunki prowadzenia procesu mają wpływ na stan takiej mieszaniny oraz na przebieg procesu. Większość rzeczywistych mieszanin ziarnistych praktyki przemysłowej to układy niejednorodne. Opis stanu takich mieszanin, określenie stanu równowagowego i randomowego, a także kinetyka należą do podstawowych problemów procesu mieszania [Boss 1987].

W fizyce, technice i życiu codziennym mamy często do czynienia z ruchem drgającym. Jako przykład tego ruchu można podać ruch tłoka w komorze silnika spalinowego, bicie serca czy też fale dźwiękowe docierającą do naszych uszu podczas koncertu. Ruchem drgającym nazywamy ruch ciała zachodzący wokół stałego położenia równowagi, przy czym rozważania dotyczyć będą ruchu okresowego, w którym ruch polega na cyklicznym wychylaniu się ciała z położenia równowagi w jednakowych odstępach czasu, zwanych okresem drgań T [Bobrowski 1978]. Okresowość ruchu możemy wyrazić za pomocą równania (1) dla dowolnego czasu t :

$$u(t) = u(t + T) \quad (1)$$

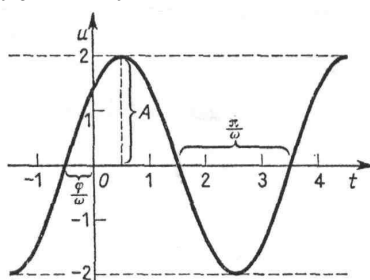
Powyższa zależność $u(t)$ może być opisana funkcją czasu pod postacią:

$$u = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

gdzie:

- u – funkcja okresowa o okresie $T = \frac{2\pi}{\omega}$,
- u – periodic function with the period $T = \frac{2\pi}{\omega}$,
- A – amplituda, największe odchylenie od osi czasu t ,
- A – amplitude, the highest deviation from the t axis,
- ω – prędkość kątowna (pulsacja),
- ω – angular velocity (pulsation).
- φ – faza początkowa lub przesunięcie fazowe, wyrażone jako kąt [Brosztein i in. 2004; Dziubiński, Świątkowski 1978].
- φ – initial phase or phase displacement, express as angle [Brosztein i in. 2004; Dziubiński, Świątkowski 1978].

Kształt funkcji (2) pokazany jest na rysunku 1.

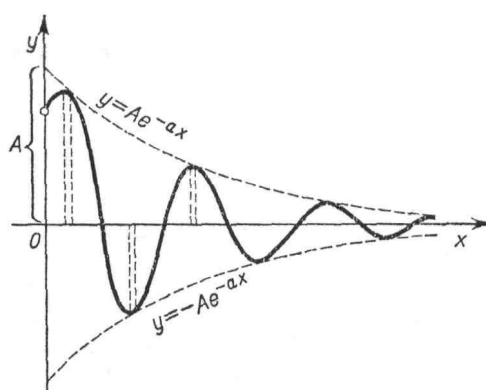


Rys. 1. Kształt krzywej funkcji harmoniczej postaci $u = A \sin(\omega t + \varphi)$ [Dziubiński, Świątkowski 1978]

Fig. 1. Shape of the harmonic function curve $u = A \sin(\omega t + \varphi)$ [Dziubiński, Świątkowski 1978]

Ruch harmoniczny tłumiony występuje, gdy drgania odbywają się w ośrodku materialnym, na skutek działania oporu ośrodka (tarcie wewnętrzne, konstrukcyjne, w połączeniach ruchomych, hydrodynamiczne i aerodynamiczne) [Bobrowski 1978, Osiński 1997]. Biorąc pod uwagę budowę maszyn, najistotniejsze znaczenie mają drgania tłumione w ośrodkach gazowych i płynnych. Wykresem funkcji (3) jest krzywa drgań tłumionych (rys. 2):

$$y = Ae^{-ax} \sin(\omega x + \varphi_0), \quad a > 0, x > 0 \quad (3)$$



Rys. 2. Kształt krzywej drgań tłumionych postaci $y = Ae^{-ax} \sin(\omega x + \varphi_0)$ [Dziubiński, Świątkowski 1978]

Fig. 2. Shape of the damped vibration function $y = Ae^{-ax} \sin(\omega x + \varphi_0)$ [Dziubiński, Świątkowski 1978]

Drgania rozchodzą się wzdłuż osi x i zbliżają się do niej asymptotycznie.

Postać funkcji harmonicznej tłumionej, oprócz opisu drgań w ośrodku materialnym, na skutek oporu tego ośrodka, została wykorzystana również do opisu przebiegu innych procesów w różnych dziedzinach nauki. Jednym z przykładów wykorzystania tej funkcji w inżynierii rolniczej jest opisu transportu wilgoci za pośrednictwem fazy powietrznej podczas suszenia ziarna z wykorzystaniem sorbentu naturalnego. W badaniach analizowano wpływ przestrzeni międzyziarnowej na dynamikę wymiany wilgoci dla różnych udziałów fazy wilgotnej (sorbetu) i przesuszonej (sorbentu). Zaproponowana postać funkcji harmonicznej z tłumieniem dobrze opisuje przebieg procesu transportu wilgoci podczas suszenia [Szwedziak 2005].

Cel badań

Celem badań było wymodelowanie kształtu funkcji zależności obrazującej zmianę procentowego udziału traseru w mieszance w zależności od czasu mieszania przy pomocy funkcji drgań tłumionych. Zastosowanie funkcji drgań harmonicznym tłumionych jest nowatorskim sposobem opisu procesu mieszania materiałów ziarnistych.

Metodyka badań

Przedmiotem badań była czternastokładnikowa mieszanka dla gołębi o składzie i udziale procentowym podanym w tabeli 1.

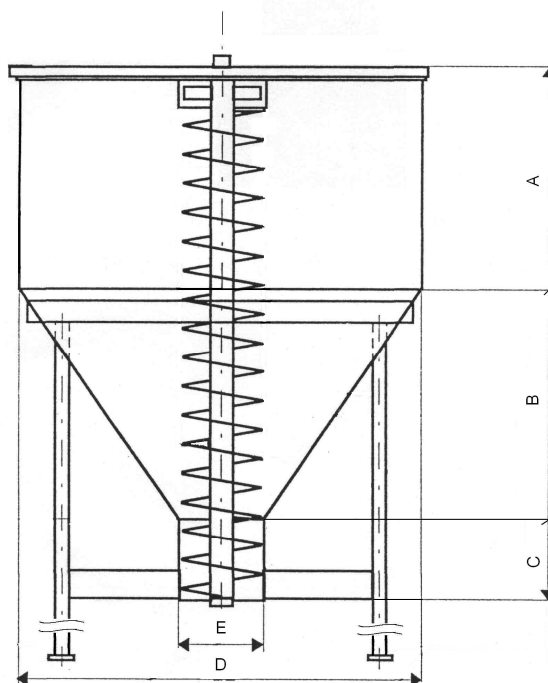
Tabela 1. Udziały procentowe składników mieszanki na wejściu
Table 1. Input components' percentages of the mixture

Komponent mieszanki	Udział procentowy [%]	Komponent mieszanki	Udział procentowy [%]
Peluszka	16,00	Proso żółte	6,50
Sorgo	15,00	Słonecznik czarny	6,00
Dari	10,00	Ryż biały	5,00
Groch żółty	10,00	Kanar	2,50
Groch zielony	9,00	Wyka brązowa	2,50
Kardi	7,50	Groch nowozelandzki	1,25
Owies łuszczone	7,50	Ryż Paddy	1,25

Do badań wykorzystano mieszalnik (rys. 3.) z nieruchomą komorą i pionowym mieszałem o działaniu okresowym, o wymiarach przedstawionych w tabeli 2. Moc mieszała wynosi 5,5 kW.

Tabela 2. Wymiary mieszalnika
Table 2. Mixer's dimensions

Wysokość części cylindrycznej - A	1550 mm
Wysokość części stożkowej - B	1600 mm
Wysokość otworu wysypowego - C	300 mm
Średnica wewnętrzna części cylindrycznej - D	1800 mm
Średnica wewnętrzna otworu wysypowego - E	300 mm



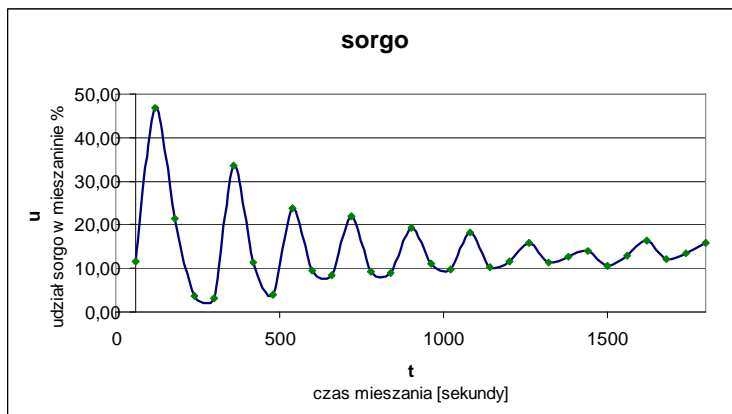
Rys. 3. Mieszalnik pasz

Fig. 3. Pellet mixer

Do zbiornika zasypywano 2 tony mieszanki. Dokonywano poboru prób w sposób dyskretny w miejscu wysypu z mieszalnika. Dobór miejsca wydawał się najbardziej miarodajny w związku z faktem, iż był to koniec ciągu technologicznego. Dokonano poboru 30 prób mieszaniny w czasie 30 minut mieszania.

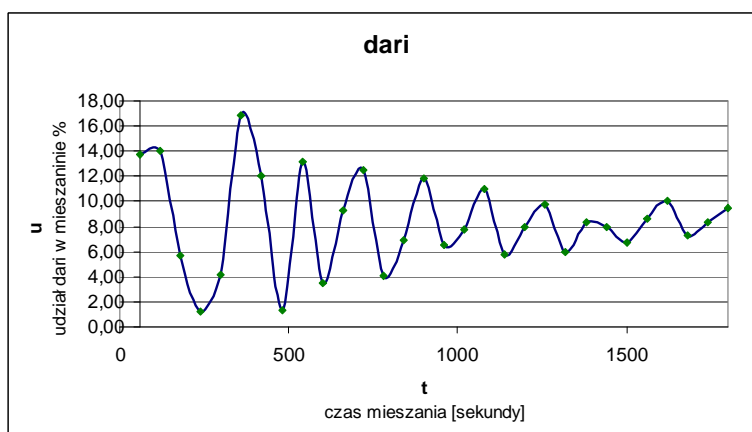
Wyniki badań pomiarowych

Po przeprowadzeniu rozdzielenia na poszczególne składniki mieszanki, dokonano analizy otrzymanych wyników. Zmiana procentowego udziału poszczególnych ziaren mieszaniny w zależności od czasu mieszania pozwoliła na obserwację przebiegów i charakteru procesu. Przebieg procesu trzech wybranych składników mieszaniny pokazano na rysunku 4, 5 oraz 6. Zaprezentowano zmianę procentowego udziału sorgo, dari oraz grochu żółtego w mieszance w zależności od czasu mieszania.



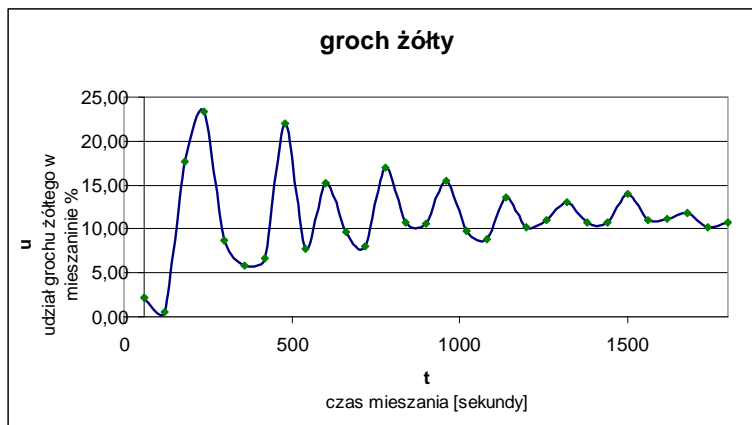
Rys. 4. Zmiana procentowego udziału sorgo w mieszaninie w zależności od czasu mieszania

Rys. 4. Percentage changes of the sorgho grain during 30 mixing minutes



Rys. 5. Zmiana procentowego udziału dari w mieszaninie w zależności od czasu mieszania

Rys. 5. Percentage changes of the dari during 30 mixing minutes



Rys. 6. Zmiana procentowego udziału grochu żółtego w mieszaninie w zależności od czasu mieszania

Rys. 6. Percentage changes of the pea grain during 30 mixing minutes

Analiza statystyczna

Zauważono, iż kształty funkcji zmian procentowego udziału składników mieszanki w zależności od czasu mieszania są podobne do kształtów przedstawionych we wstępie (rys. 2).

Funkcja ta opisana wzorem:

$$y = Ae^{-ax} \sin(\omega x + \varphi_0), \quad a > 0, x > 0, \quad (3)$$

posłużyła do opracowania modelu zmian udziału sorgo w czasie. Dla potrzeb opracowania wyników badań zmieniono oznaczenia funkcji oraz dodano parametr „c”, gdyż funkcja wyznaczona na podstawie danych empirycznych nie zbliża się asymptotycznie do osi czasu (bądź osi x, por. rys. 2):

$$u = Ae^{-at} \sin(\omega t + \varphi_0) + c \quad (4)$$

gdzie:

- u – udział sorgo w mieszance,
- u – sorgo percentage in mixture
- t – czas mieszania,
- t – mixing time,
- c – parametr przesunięcia funkcji względem osi t.
- c – displacement parameter in respect to the t axis.

W opracowaniu wyników zastosowano dwie metody: klasyczną oraz bayesowską pozwalające na określenie współczynników empirycznych funkcji (4).

Wyniki analizy statystycznej

W wyniku modelowania klasycznego wykonanego w programie S-PLUS® [S-PLUS 4.0 Release for Windows] otrzymano następujące parametry funkcji harmonicznego tłumienia:

$$A = 63,68 (+/- 19,87),$$

$$a = 0,33 (+/- 0,10),$$

$$\omega = 1,52 (+/- 0,07),$$

$$\varphi_0 = -1,61 (+/- 0,17),$$

$$c = 13,81 (+/- 1,03) \text{ (wartości w nawiasie podają odchylenie standardowe).}$$

Funkcja harmonicznego tłumienia określona w wyniku modelowania klasycznego ma postać:

$$u = 63,68e^{-0,33t} \sin(1,52t - 1,61) + 13,81 \quad (5).$$

Kształt tak otrzymanej funkcji pokazany jest na rysunku 6. Na wykres nałożono punkty pomiarowe (por. rys. 4). Drugim sposobem określenia współczynników empirycznych funkcji harmonicznego tłumienia (4) jest podejście bayesowskie. Obliczenia wykonano w programie BUGS® [Spiegelhalter i in. 1996]. Wartości parametrów funkcji harmonicznego tłumienia określone w ten sposób wynoszą:

$$A = 18,38 (+/- 0,35),$$

$$a = 0,10 (+/- 0,01),$$

$$\omega = 2,03 (+/- 0,28),$$

$$\varphi_0 = -2,97 (+/- 0,05),$$

$$c = 14,45 (+/- 0,05), \text{ (wartości w nawiasie podają błąd standardowy).}$$

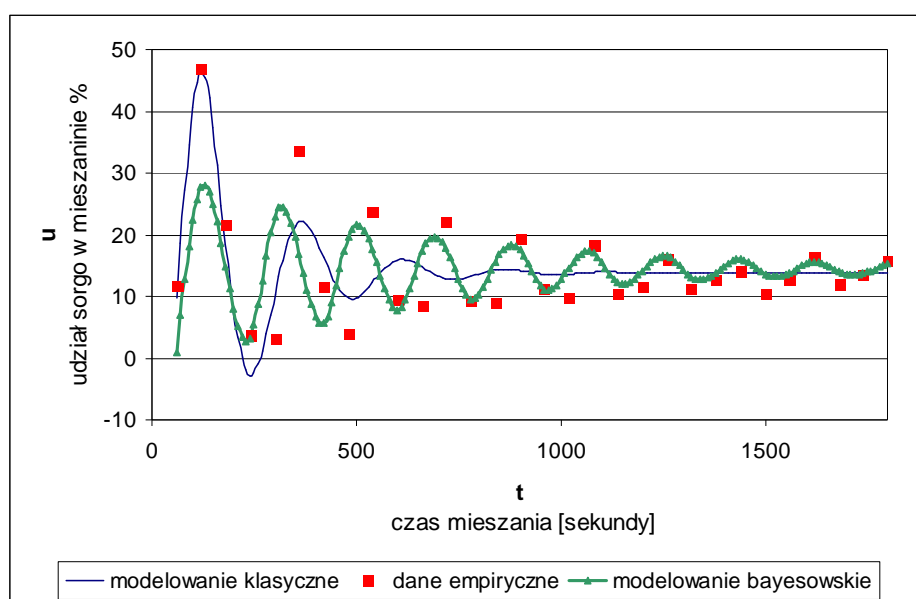
A więc funkcja harmonicznego tłumienia określona w wyniku modelowania bayesowskiego ma postać:

$$u = 18,38e^{-0,1t} \sin(2,03t - 2,97) + 14,45 \quad (6)$$

Kształt tak otrzymanej funkcji pokazany jest na rysunku 7.

Kształt funkcji otrzymanej w wyniku modelowania bayesowskiego różni się od kształtu funkcji wymodelowanej w sposób klasyczny. Funkcja wymodelowana klasycznie zostaje wytłumiona szybciej niż funkcja powstała w wyniku modelowania bayesowskiego (rys. 7). Funkcja ta ma większe wartości parametru A

w początkowych minutach procesu mieszania (5). Charakterystyczna dla modelu klasycznego wysoka wartość parametru A powoduje jej szybkie tłumienie. Natomiast wartość parametru A w podejściu bayesowskim jest mniejsza (6). W związku z tym, krzywa drgań harmonicznich jest wolniej tłumiona w miarę upływu czasu mieszania. Niedogodnością funkcji wymodelowanej klasycznie jest otrzymanie w niewielkim przedziale (od 3,68 do 4,41) wartości ujemnych udziału sorgo w mieszance. Wartości funkcji otrzymanych w wyniku modelowania bayesowskiego nie przyjmują wartości ujemnych, co skłania do kontynuowania badań wykorzystując model bayesowski do opisu przebiegu procesu mieszania w czasie.



Rys. 7. Kształt funkcji uzyskanych w wyniku modelowania klasycznego oraz bayesowskiego. Na wykres nałożono punkty pomiarowe

Fig. 7. Functions obtained in the classic and the Bayesian approach. Empirical points were added to the graph

Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Funkcja harmoniczna tłumiona dość dobrze odzwierciedla zmiany udziałów poszczególnych składników w trakcie procesu mieszania.
2. Model bayesowski daje bardziej elastyczny model zmian udziałów składników w czasie w porównaniu z modelem klasycznym, w którym zmiany te są bardziej gwałtowne.

3. Model klasyczny i wyznaczone w ten sposób parametry został wykorzystany jako baza wyjściowa do modelowania klasycznego.
4. Pojawienie się ujemnych wartości funkcji wymodelowanej w sposób klasyczny skłania do kontynuowania prac badawczych, opisujących proces mieszania wieloskładnikowej mieszaniny ziarnistej, opartych na modelu bayesowskim.
5. W dalszej części badań planuje się dopasowanie modelu matematycznego do zmian procentowego udziału wszystkich pozostałych składników mieszanki w czasie.
6. Ważnym wnioskiem empirycznym jest dodatkowo informacja o zmianach udziału poszczególnych składników mieszaniny w czasie mieszania.
7. Jak wynika z wykresu na rysunku 7 mieszane komponenty zmieniają istotnie wartości swoich udziałów w badanych próbkach (od minimalnych do maksymalnych) aż do osiągnięcia równowagi dynamicznej.

Bibliografia

Bobrowski Cz. 1978. Fizyka. WNT, Warszawa.

Boss J. 1987. Mieszanie materiałów ziarnistych. PWN, Warszawa – Wrocław.

Brosztein I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Mühlig H. 2004. Nowoczesne kompendium matematyki. PWN, Warszawa.

Dziubiński I., Świątkowski T. 1978. Poradnik matematyczny. PWN, Warszawa.

Grochowicz J. 1996. Technologia produkcji mieszanek paszowych. Wyd. drugie PWRiL, Warszawa.

Osiński Z. 1997. Tłumienie drgań. PWN, Warszawa.

Spiegelhalter D, Thomas A, Best N, and Gilks W. 1996. BUGS: Bayesian Inference Using Gibbs Sampling. Medical Research Council – Biostatistics Unit, Cambridge. <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/>

S-PLUS 4.0 Release for Windows Copyright © 1988-97 Mathsoft, Inc.

Szwedziak K. 2005. Wpływ temperatury na wymianę wilgoci w czasie suszenia ziarna pszenicy z wykorzystaniem sorbentu naturalnego. Inżynieria Rolnicza 11 (71) s. 463 – 472.

MODELLING OF MULTI-COMPONENT POULTRY SHARES USING A HARMONIC FUNCTION

Summary

In the paper a description of the mixing process of a 14-component pigeon pellet in the periodical mixer with vertical agitator has been given. Following the performed measurements, a relation of the components' percentages in time has been observed. To model these changes, a damped vibration function was proposed. To estimate model parameters, a classical and a Bayesian approaches were adopted.

Key words: granular materials, non-homogenous granular blend, poultry pellet, harmonic function