

## NAPEŁNIANIE SILOSU ZBOŻOWEGO OBROTOWĄ RYNNĄ ZASYPOWĄ CZĘŚĆ I – MODELOWANIE PROCESU

### Streszczenie

Przy napełnianiu silosów ziarnem obserwuje się znaczne zróżnicowanie rozmieszczenia wszelkiego rodzaju zanieczyszczeń. Jako główną przyczynę tego stanu podaje się samosegregację w czasie napełniania. Wpływ tego zjawiska można zminimalizować, utrzymując w czasie napełniania w miarę równomierną powierzchnię zasypową. Jako sposób uzyskania takiej powierzchni zaproponowano wykorzystanie obrotowej rynny zasypowej. Ze względu na to, że większość zjawisk ma charakter dających się sformalizować zjawisk fizycznych, w rozwiązaniu zagadnienia wybrano drogę badań modelowych. Uzyskane wyniki potwierdzają przyjęte założenia.

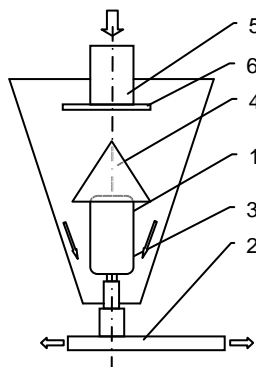
**Słowa kluczowe:** silos, napełnianie, rynna zasypowa, model, symulacja

### Wykaz oznaczeń

$F_b$	- siła bezwładności, N
$F_t$	- siła tarcia, N
$F_o$	- siła odśrodkowa, N
$h$	- wysokość położenia wierzchołka stożka usypowego, m
$H$	- wysokość silosu, m
$H_r$	- wysokość położenia rynny zasypowej, m
$m$	- masa, kg
$P_o(x,y)$	- macierz opisująca kształt powierzchni ścian silosu
$P(x,y,t)$	- macierz opisująca kształt swobodnej powierzchni usypu po czasie $t$
$Q_v$	- wydajność, m <sup>3</sup> /s
$r$	- promień rynny zasypowej, m
$rand()$	- funkcja generująca wartości losowe o rozkładzie równomiernym
$R$	- promień silosu, m
$S$	- szerokość rynny, m
$t, \Delta t$	- czas, s
$v$	- prędkość, m/s
$\Delta V$	- objętość elementarna, m <sup>3</sup>
$\varepsilon$	- błąd oszacowania
$\varphi$	- naturalny kąt usypu, rad
$\mu$	- współczynnik tarcia ślizgowego ziarno-materiał rynny
$\omega$	- prędkość kątowna, rad/s

## Wstęp

W praktyce, pomimo jednorodnej struktury zasypywanego materiału, obserwuje się znaczne zróżnicowanie rozmieszczenia wszelkiego rodzaju zanieczyszczeń w objętości zasypywanego ziarna. Jako główną przyczynę tego stanu podaje się samosegregację w czasie napełniania. Z analizy procesu napełniania wynika, że wpływ tego zjawiska można zminimalizować, utrzymując w czasie napełniania w miarę równomierną powierzchnię zasypową. Jako sposób uzyskania takiej powierzchni zaproponowano wykorzystanie obrotowej rynny zasypowej (rys.1) [Bowszys 2002].



Rys. 1. Schemat urządzenia; 1-silnik elektryczny, 2-rynną rozrzucającą, 3-kosz zasypowy, 4-osłona silnika, 5-zasyp, 6-regulator wydajności zasypu.

Fig. 1. Schematic diagram of the device: 1 – electric motor, 2 – rotary distributing chute, 3 – charging chopper, 4 – motor-shield, 5 – charge, 6 – charge intensity controller

Jakość pracy urządzenia wg schematu (rys.1) zależna jest od jego parametrów geometrycznych i kinematycznych oraz od cech zasypywanego materiału i wymiarów silosu. Dobór wartości tych parametrów w wyniku eksperymentu naturalnego wymagałby długich i pracochłonnych badań, niezapewniając wartości optymalnych. Ze względu na to, że większość zachodzących w czasie napełniania zjawisk ma charakter dających się sformalizować zjawisk fizyczny, w rozwiązaniu zagadnienia wybrano drogę badań modelowych, realizowanych w następujących etapach: sformalizowany model matematyczny, model operacyjny, symulacja procesu, weryfikacja modelu w oparciu o ograniczony eksperyment naturalny, optymalizacja parametrów geometrycznych i kinematycznych urządzenia na podstawie wyników badań modelowych.

## Model matematyczny procesu

Naturalny proces napełniania w modelu potraktowano jako proces dyskretny, w którym w kolejnych krokach następuje napełnienie objętością elementarną. W ogólnym modelu napełniania silosu wyodrębniono trzy fazy tego procesu:

- fazę przemieszczania się ziarna wzdłuż obracającej się rynny zasypowej,
- fazę swobodnego upadku,
- fazę kształtowania powierzchni usypowej.

### Faza przemieszczanie ziarna wzdłuż rynny zasypowej

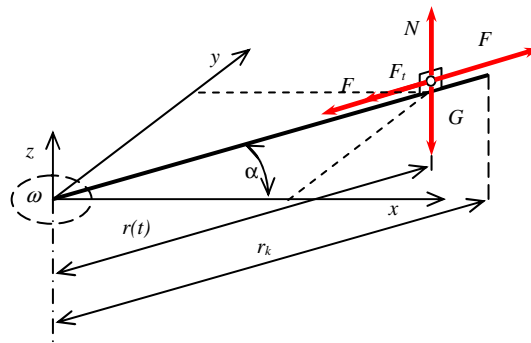
Modelowanie przeprowadzono w celu określenia wartości i kierunku w chwili oderwania od powierzchni rynny (przejścia do lotu swobodnego) oraz maksymalnej wydajności dla danej prędkości kątowej (rys. 2). Z warunku chwilowej równowagi sił:

$$F_b + F_t - F_o = 0 \quad (1)$$

gdzie:

$$F_b = \frac{d^2 r}{dt^2} \cdot m \quad F_t = \mu \cdot g \cdot m$$

$$F_o = r \cdot \omega^2 \cdot m$$



Rys.2. Przemieszczanie masy ziarna wzdłuż ramienia rynny zasypowej  
Fig. 2. Translocation of grain mass along the filling chute arm

Zakładając, że przy  $t_0=0; r(t_0)=0$   
to prędkość przemieszczania się masy ziarna wyrazi się wzorem:

$$v_r(t) = (\omega^2 \cdot r - \mu \cdot g) \cdot t, \quad (2)$$

a przy  $t=t_k$  i  $r(t_k)=r_k$

osiągnie:

$$v_r(t_k) = \sqrt{2}(\omega \cdot r - \mu \cdot g / \omega) \quad (3)$$

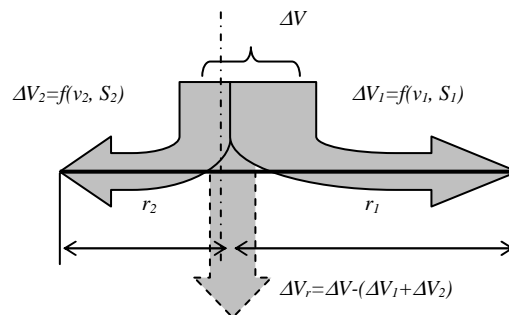
Dyskretyzując model obliczeniowy przyjęto, że w elementarnym czasie  $\Delta t$  rynna zasypowa (rys.1) zasila silos materiałem o objętości elementarnej  $\Delta V$ , zależnej od objętościowego natężenia przepływu  $Q_v$  (wydajności napełniania):

$$\Delta V = Q_v \cdot \Delta t \quad (4)$$

Objętość ta dzielona jest na  $\Delta V_1$  i  $\Delta V_2$ , między obydwie swobodne końce obrotowej rynny w zależności od przekrojów poprzecznych  $S_1$  i  $S_2$  na jej wylotach oraz prędkości z jaką materiał opuszcza rynnę (rys.3):

$$\Delta V_1 = \frac{\Delta V \cdot v_1 \cdot S_1}{v_1 \cdot S_1 + v_2 \cdot S_2} \quad \Delta V_2 = \frac{\Delta V \cdot v_2 \cdot S_2}{v_1 \cdot S_1 + v_2 \cdot S_2} \quad (5)$$

Jeżeli  $\Delta V > v_1 \cdot S_1 + v_2 \cdot S_2$  (6)



Rys.3. Podział strumienia na rynnie zasypowej  
Fig. 3. Division of grain stream on the chute

co oznacza, że dostarczana masa ziarna przekracza możliwości jego odbioru, strumień ziarna dzielony jest na trzy części:

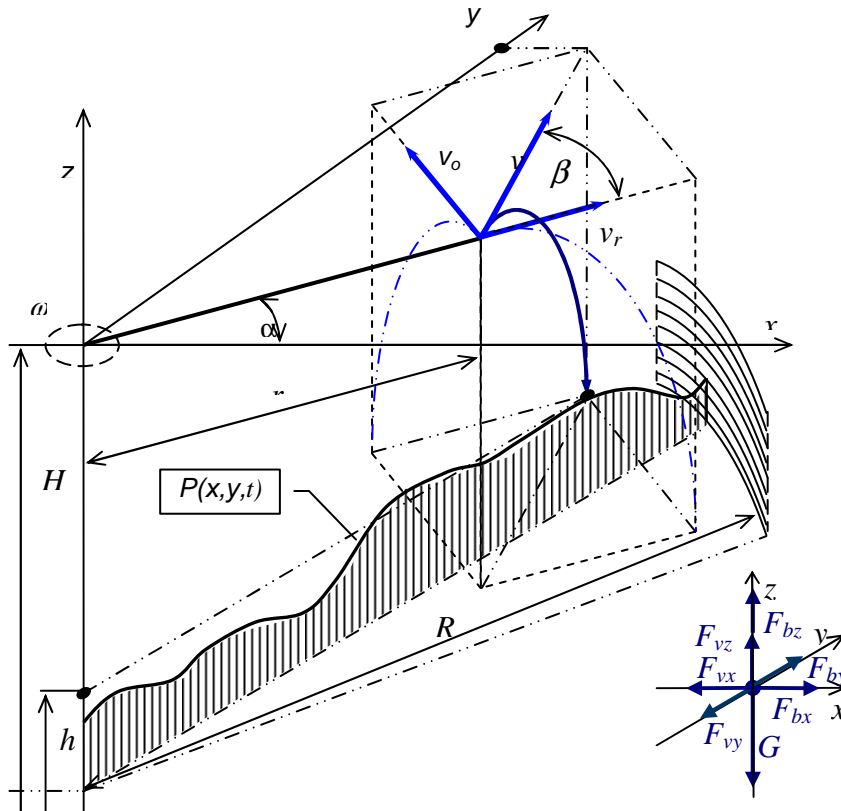
$$\Delta V_1 = v_1 \cdot S_1 ; \quad \Delta V_2 = v_2 \cdot S_2$$

oraz  $\Delta V_3 = \Delta V - (v_1 \cdot S_1 + v_2 \cdot S_2)$

wysypywane przez boczne ścianki rynny w pobliżu osi symetrii silosu.

### Faza swobodnego upadku

W modelu faza ta trwa od chwili oderwania od rynny zasilającej  $t=t_0=0$  do czasu  $t=t_k$ , przy którym tor lotu osiągnie punkt wspólny ze swobodną powierzchnią usypową z poprzedniej iteracji  $P(x,y,t_k-\Delta t)$ . Przyjęto, że przy  $t=t_0$  porcja ziarna o objętości  $\Delta V_1$  ( $\Delta V_2$ ) opuszcza rynnę w  $n$ -tej iteracji z następującymi parametrami (rys.4).



Rys 4. Faza swobodnego upadku  
Fig. 4. Phase of free falling

$$\begin{aligned} x_1(t_0) &= r_1 \cdot \cos(\alpha); & y_1(t_0) &= r_1 \cdot \sin(\alpha); & z_1(t_0) &= H_r & (7) \\ x_2(t_0) &= r_2 \cdot \cos(\alpha + \pi); & y_2(t_0) &= r_1 \cdot \sin(\alpha + \pi); & z_2(t_0) &= H_r \end{aligned}$$

gdzie;  $\alpha = \omega \cdot \Delta t \cdot n$

$$\begin{aligned}
v_{x1}(t_o) &= \sqrt{v_{o1}^2 + v_{r1}^2} \cdot \cos(\alpha + \beta_1); & v_{x2}(t_o) &= \sqrt{v_{o2}^2 + v_{r2}^2} \cdot \cos(\alpha + \beta_2 + \pi); \\
v_{y1}(t_o) &= \sqrt{v_{o1}^2 + v_{r1}^2} \cdot \sin(\alpha + \beta_1); & v_{y2}(t_o) &= \sqrt{v_{o2}^2 + v_{r2}^2} \cdot \sin(\alpha + \beta_2 + \pi); \\
v_{z1}(t_o) &= 0; & v_{z2}(t_o) &= 0;
\end{aligned}$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
v_{o1} &= \omega \cdot r; & v_{o2} &= \omega \cdot r_2; & v_{r1} &= \sqrt{2}(\omega \cdot r_1 - \mu \cdot g / \omega); & v_{r2} &= \sqrt{2}(\omega \cdot r_2 - \mu \cdot g / \omega) \\
\beta_1 &= a \tan(v_{o1} / v_{r1}); & \beta_2 &= a \tan(v_{o2} / v_{r2})
\end{aligned}$$

Jeżeli będzie spełniony warunek z nierówności (6), to dla objętości  $\Delta V_3$  przyjmowane są następujące warunki początkowe:

$$\begin{aligned}
x_3(t_o) &= rand(\delta r); & y_3(t_o) &= rand(\delta r); & z_3(t_o) &= H_r \\
v_{x3}(t_o) &= 0; & v_{y3}(t_o) &= 0; & v_{z3}(t_o) &= 0
\end{aligned}$$

co oznacza, że miejsce wysypu generowane jest losowo z rozkładu równomiernego w otoczeniu  $\delta r$  osi silosu. Założono, że w fazie lotu na masę ziarna odpowiadającą objętości elementarnej oddziałuje siła ciężkości  $G$ , siła bezwładności  $F_b$  oraz siła oporów aerodynamicznych  $F_v$ , zależna do chwilowej prędkości przemieszczania:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} - c_v \cdot \frac{dx}{dt} = 0; \quad m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} - c_v \cdot \frac{dy}{dt} = 0; \quad m \cdot g - m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} - c_v \cdot \frac{dz}{dt} = 0 \quad (8)$$

Na podstawie powyższego równania oraz równania swobodnej powierzchni usypu  $z=P(x,y,t-\Delta t)$  z poprzedniej iteracji wyznaczane jest miejsce upadku tej masy. Ze względu na to, że kształt powierzchni zapisywany jest w postaci „wysokościowej mapy numerycznej”, miejsce upadku jest także wyznaczane w wyniku obliczeń numerycznych. Z kolei, jeżeli tor ruchu „przetnie” ściankę silosu ( $z=P_o(x,y)$  gdzie dla  $x^2+y^2 < R^2 \rightarrow P_o(x,y)=0$  i dla  $x^2+y^2 \geq R^2 \rightarrow P_o(x,y)=H$ ) zanim osiągnie powierzchnię  $P$ , to przy wyznaczaniu miejsca upadku brana jest pod uwagę powierzchnia  $P_o$  ścianki silosu. Oznacza to, że w przyjętym modelu ziarno po osiągnięciu ścianki silosu osuwa się pionowo w dół aż do osiągnięcia powierzchni  $P$ .

### **Faza kształtowania powierzchni usypowej**

Objętość elementarna  $\Delta V_1$  ( $\Delta V_2$  lub  $\Delta V_3$ ) w miejscu upadku tworzy stożek usypowy o kącie wierzchołkowym  $(\pi-2\varphi)$ , gdzie  $\varphi$  jest naturalnym kątem

usypu. Wysokość położenia  $h$  wierzchołka tego stożka (rys.5) każdorazowo wyznaczana jest na podstawie algorytmu obliczeniowego w ten sposób, aby objętość ograniczona tworzącą stożka, swobodną powierzchnią zasypu z poprzedniej iteracji i ściankami silosu była równa (w granicach dopuszczalnego błędu  $\varepsilon$ ) objętości elementarnej  $\Delta V$ :

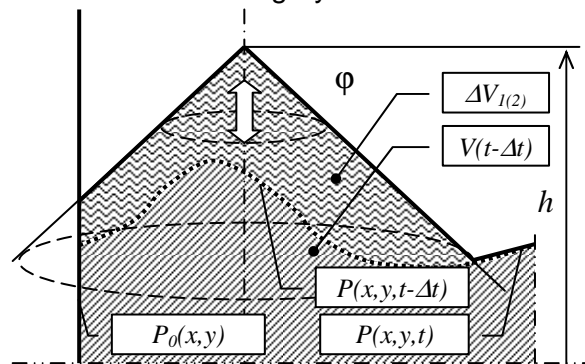
- 1) oblicz przybliżoną początkową wysokości położenia wierzchołka  $h$ ,
- 2) wyznacz kształt powierzchni  $P(x,y,t)$ ,
- 3) oblicz objętość  $V(t)$

$$V(t) = \iint_{x^2+y^2 \leq R^2} P(x, y, \Delta t) dx dy$$

- 4) oblicz błąd oszacowana  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \left\| \frac{(V(t) - V(t - \Delta t)) - \Delta V}{\Delta V} \right\|$$

- 5) Jeżeli wartość  $\varepsilon$  jest większa od założonego błędu dopuszczalnego, wyznacz nową wartość  $h$  i wróć do kroku 2-giego, w przeciwnym wypadku zakończ działanie algorytmu.



Rys.5. Kształtowanie powierzchni usypowej  
Fig. 5. Shaping of the filling surface

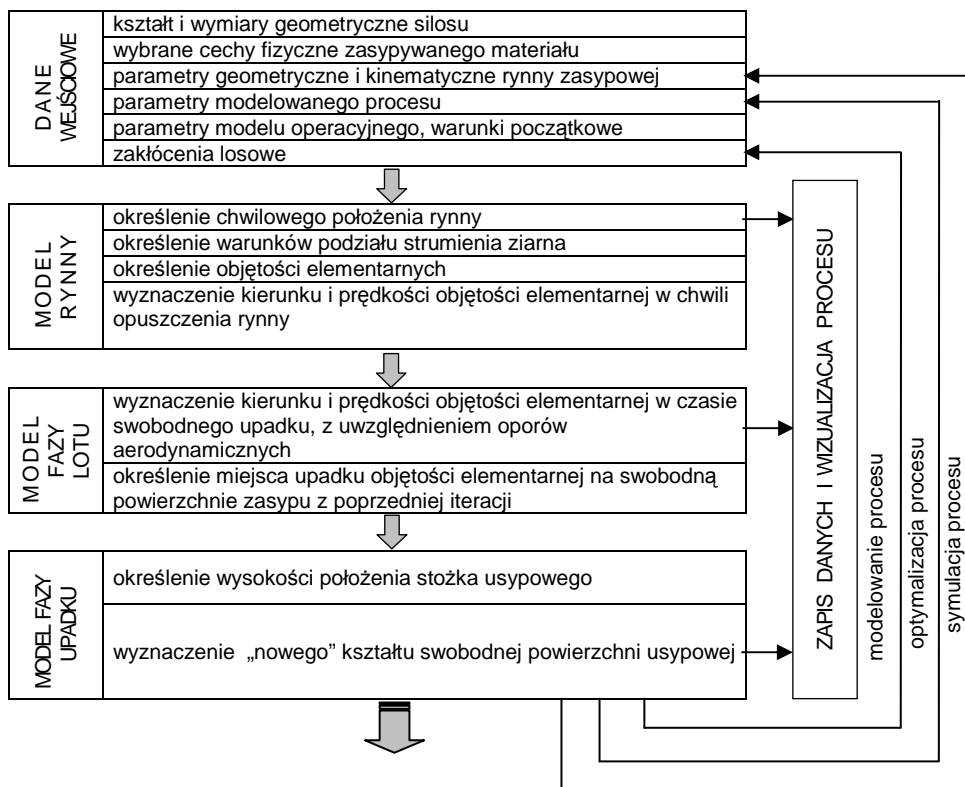
### Model operacyjny

Kolejnym krokiem na drodze do symulacji procesu jest utworzenie modelu operacyjnego, umożliwiającego przedstawienie wyników badań modelowanego systemu za pomocą informacji liczbowych [Pabis 1985], a w konsekwencji modelu komputerowego (programu) obejmującego zarówno model procesu jak i program badań modelowych [Tarnowski 1998]. Występujące w modelu zmienne podzielono na zbiory, wyodrębniając:

- zbiór właściwości procesu, obejmujący zmienne stanu i zmienne wyjściowe;
- zbiór zmiennych wewnętrznych, zawierający cechy konstrukcyjne i

- nastawy procesu;
- zbiór wielkości wpływających, takich jak zmienne sterujące i zakłócenia.

Przynależność zmiennych do określonego zbioru w pewnym stopniu jest zależna od zakresu wykorzystania modelu (rys.6). Występujące w modelu zakłócenia losowe, modyfikując chwilowe wartości niektórych zmiennych (np. współczynnika tarcia, współczynnika oporów aerodynamicznych, czy też naturalnego kąta usypu) zmieniają deterministyczny charakter modelu matematycznego w probabilistyczny model operacyjny.



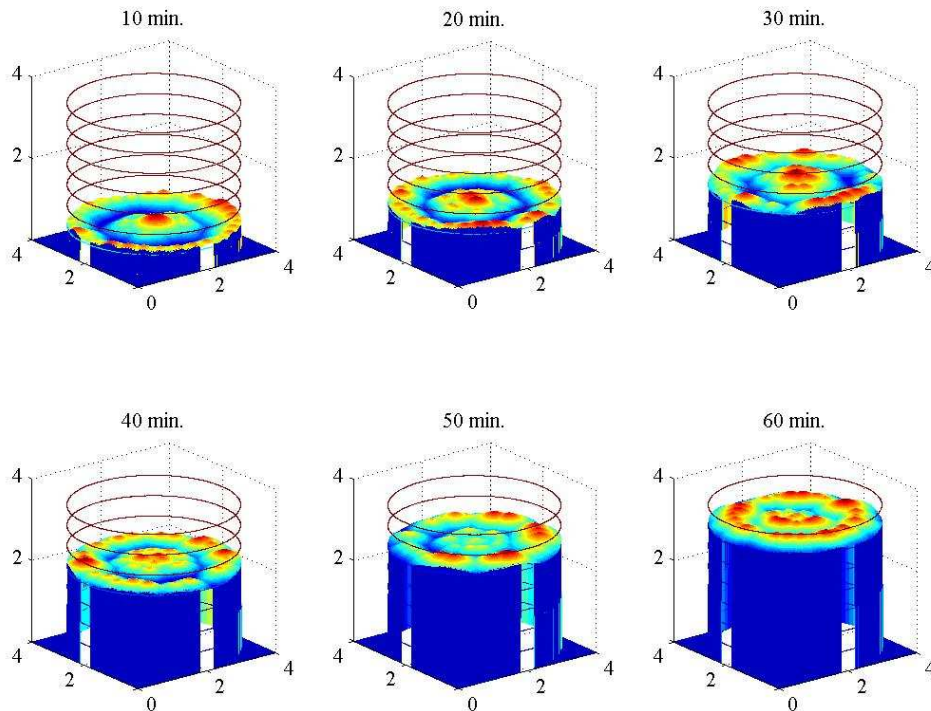
Rys.6. Ogólny algorytm programu  
Fig. 6. General programme algorithm



Oprogramowanie modelu wykonano na bazie środowiska programistycznego pakietu obliczeniowego MATLAB 6.5 firmy MathWorks, wykorzystując wewnętrzne funkcje pakietu oraz procedury i funkcje biblioteki *Optimization Toolbox*.

### Symulacja procesu - przykład

Przykładowej symulacji poddano proces napełniania ziarnem części walcowej silosu o średnicy 4 m (Z704). Parametry procesu oraz wyniki symulacji przedstawiono na rys.7.



Rys.7. Kształtowanie się powierzchni swobodnej w czasie napełniania silosu.  
a). rynna - wysokość położenia 4,5 m; prędkość kątowna 4,6 rad/s; wydajność 24 t/h, b). materiał - kąt usypu  $0,39 \pm 0,04$  rad; wsp. tarcia  $0,4 \pm 0,04$  [Horabik 2000]

Fig. 7. Shaping of the free surface during filling the silo (a) chute – position height 4,5 m; angular velocity 4.6 rad/s; throughput 24 t/h; (b) material – angle of repose  $0.39 \pm 0.04$  rad; friction coefficient  $0.4 \pm 0.04$  [Horabik, 2000]

Uzyskane wyniki wskazują, że przy tym sposobie napełniania i zadanych parametrach procesu, wraz ze wzrostem stopnia napełnienia silosu uzyskuje się coraz bardziej równomierną swobodną powierzchnię zasypu.

### **Bibliografia**

*Bowszys J. 2002. Analiza przebiegu suszenia i przechowywania nasion w silosach oraz wpływu tych procesów na jakość nasion. Projekt badawczy KBN Nr 5P06F00917*

*Horabik J., Łukaszuk J., Grochowicz M. 2000. Formation of shear band in a granular material during triaxial compression test. International Agrophysics, 14(4), 273-279*

*Pabis S. 1985. Metodologia i metody nauk empirycznych. PWN, Warszawa*

*Tarnowski W., Bartkiewicz S. 1998. Modelowanie matematyczne i symulacja komputerowa dynamicznych procesów ciągłych. Wyd. Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin*

*Zalewski A., Cegięła R. 1988. Matlab – obliczenia numeryczne i ich zastosowania. Wydawnictwo Naukowe, Poznań*

## **FILLING THE GRAIN SILO BY MEANS OF A ROTARY CHUTE Part 1. Modeling of the process**

### **Summary**

At filling of silos with grain considerably diversified distribution of all kind impurities may be observed. As the main reason of such a situation the phenomenon of self-segregation occurring at loading process is indicated. The effect of such phenomenon may be minimized by maintaining as far as possible an uniform surface of grain during filling the silo. The use of a rotary chute was proposed as the manner to obtain such an uniform loading surface. Considering fact that the majority of involved phenomena are physical processes easy to be formalized, modeling was chosen to solve this question. Obtained results confirmed the correctness of the assumptions.

**Key words:** grain silos, filling, rotary chute, model, simulation

*Recenzent – Zbigniew Siarkowski*