

## ANALIZA DYNAMIKI ŁADOWARKI CZOŁOWEJ DLA FAZY OBROTU CZERPAKA W PRYZMIE OŚRODKA ZIARNISTEGO

### Streszczenie

Przedstawiono sposób modelowania oraz wyniki komputerowej symulacji ruchu ładowarki czołowej T-426 z uwzględnieniem obciążeń zewnętrznych ogniwa roboczego (czerpaka). Siły i momenty sił bezwładności obliczono wykorzystując równania Newtona-Eulera. Siły i momenty sił oddziaływań członów obliczono z równań równowagi sił i momentów sił działających na każdy wydzielony człon łańcucha kinematycznego ładowarki. Dla sekwencji obrotu czerpaka w pryzmie ośrodka ziarnistego wyznaczono przebiegi zmian w czasie wybranych kinematycznych i dynamicznych charakterystyk ruchu.

**Słowa kluczowe:** ładowarka czołowa, opór obrotu, pryzma ośrodka ziarnistego, równania ruchu, metoda Newtona-Eulera, symulacja

### Oznaczenia

$A_i^{-1}$	- macierz odwrotna do macierzy przekształcenia układu $i$ do układu $i-1$
$R_{i-1,i}$	- wektor siły oddziaływania członu $i-1$ na człon $i$
$(M_{i-1,i})_{O_{i-1}}$	- wektor momentu sił oddziaływania członu $i-1$ na człon $i$ względem punktu $O_{i-1}$
$(M_{i+1,i})_{O_i}$	- wektor momentu sił oddziaływania członu $i+1$ na człon $i$
$F_i$	- wektor siły wypadkowej
$M_{O_i}$	- wektor wypadkowego momentu sił działających na człon $i$
$x_{s3}, y_{s3}$	- współrzędne położenia środka masy czerpaka w lokalnym układzie współrzędnych, $m$
$G_3$	- ciężar czerpaka (bez materiału), $kN$
$L_0, b, L$	- długość, szerokość, głębokość czerpaka, $m$
$x$	- głębokość wcięcia czerpaka w zwał, $m$
$\rho$	- kąt usypowy materiału sypkiego, $rad$
$\gamma$	- ciężar objętościowy złoża, $kN/m^3$
$l_5=x/3$	- położenie składowej związanej z naciskiem materiału na dno czerpaka względem jego krawędzi, $m$
$H_0$	- położenie osi obrotu czerpaka względem podłoża, $m$
$m_3$	- masa czerpaka z materiałem, $kg$

## Wprowadzenie

Podczas projektowania maszyn rolniczych obliczenia konstrukcyjne prowadzone są najczęściej na podstawie analizy statycznej. Obliczenia sił bezwładności wykonywane są rzadko, a pozostałe obciążenia wynikające z ruchu maszyny są pomijane. W maszynach wolnobieżnych siły bezwładności są małe w porównaniu z innymi siłami zewnętrznymi. Z tego względu można je niekiedy pominąć i rozważyć za pomocą metod statyki równowagę sił działających na maszynę. Z drugiej zaś strony, od dokładności wyznaczenia charakteru zmian i wartości ekstremalnych obciążeń dynamicznych zależy poprawność prowadzonych dalszych obliczeń, a w rezultacie niezawodna praca i walory eksploatacyjne maszyny [Borkowski i in. 1996].

Rozwój techniki mikroprocesorowej, jaki się ostatnio dokonał w poważnym stopniu przyczynił się do zwiększenia przydatności badań symulacyjnych. Modele symulacyjne okazały się jednymi z bardziej efektywnych generatorów wyniku eksperymentu. Komputerowe badania symulacyjne rozszerzają zatem obszar badanych warunków pracy maszyn i urządzeń, szczególnie takich warunków pracy, których analiza jest trudna lub wręcz niemożliwa do realizacji innymi metodami badawczymi [Powierża 1997].

Celem pracy jest wyznaczenie wpływu sił oporu na obciążenie wybranych ogniw łańcucha kinematycznego podczas obrotu czerpaka ładowarki czołowej w pryzmie ośrodka ziarnistego.

Siły i momenty sił bezwładności obliczono wykorzystując równania Newtona-Eulera, zaś siły i momenty sił oddziaływań członów obliczono z równań równowagi sił i momentów sił działających na wydzielone człony łańcucha kinematycznego ładowarki [Olędzki 1987]. Wyznaczone równania ruchu ogniw uwzględniające składowe oporu obrotu zaimplementowano w programie Matlab (Simulink) w celu rejestracji wybranych kinematycznych i dynamicznych charakterystyk ruchu.

## Metodyka

Chwilowy stan przestrzennego ruchu członu „i” określają: wektor prędkości kątowej członu -  $\omega_i = [\omega_{ix} \ \omega_{iy} \ \omega_{iz} \ 0]^T$  oraz wektor prędkości liniowej punktu  $O_i$ , w którym przyjęto początek układu związanego z członem -  $v_{O_i} = [v_{O_{ix}} \ v_{O_{iy}} \ v_{O_{iz}} \ 0]^T$ .

Jeśli ponadto dane są: masa ogniwa  $m_i$ , wektor położenia środka masy względem układu  $O_i x_i y_i z_i$  -  $r_{Si} = [x_{Si} \ y_{Si} \ z_{Si} \ 1]^T$  oraz macierz tensora bezwładności członu -  $[J]_{O_i}$  wówczas można wyznaczyć wektory pędu i momentu pędu członu względem punktu  $O_i$  wg wzorów:

$$p_i = m_i(v_{O_i} + \omega_i \times r_{Si}) \quad (1)$$

$$H_{O_i} = [J]_{O_i} \omega_i + m_i(r_{Si} \times v_{O_i}) \quad (2)$$

Wypadkową siłę i wypadkowy moment sił względem punktu  $O_i$  wyznacza się wg równania dynamiki Newtona-Eulera, które można zapisać w postaci wektorowej:

$$F_i = \dot{p}_i + \omega_i \times p_i \quad (3)$$

$$M_{O_i} = \dot{H}_{O_i} + \omega_i \times H_{O_i} + v_{O_i} \times p_i \quad (4)$$

Równania równowagi dynamicznej członu „i” w układzie związanym z tym członem przy uwzględnieniu zasady d’Alamberta są następujące:

$$A_i^{-1} R_{i-1,i} + F_i + R_{i+1,i} = 0 \quad (5)$$

$$A_i^{-1} (M_{i-1,i})_{O_{i-1}} + M_{O_i} + (M_{i+1,i})_{O_i} + A_i^{-1} (r_{O_i})_i \times A_i^{-1} R_{i-1,i} = 0 \quad (6)$$

Na podstawie przytoczonych zależności analitycznych wyprowadzono różniczkowe równania ruchu ładowarki czołowej T-426. W równaniach tych uwzględniono stałe wartości zagłębienia czerpaka w przyzmię ośrodka ziarnistego oraz położenia kąтового wysięgnika  $\theta_2$ . Ostateczną ich postać przedstawiają poniższe zależności:

$$-R_{43x} c_3 + R_{43y} s_3 + m_3 [(x_{s3} + L_0) c_3 - y_{s3} s_3] \dot{\theta}_3^2 - m_3 [(x_{s3} + L_0) s_3 - y_{s3} c_3] \ddot{\theta}_3 + G_3 c_2 = R_{23x} \quad (7)$$

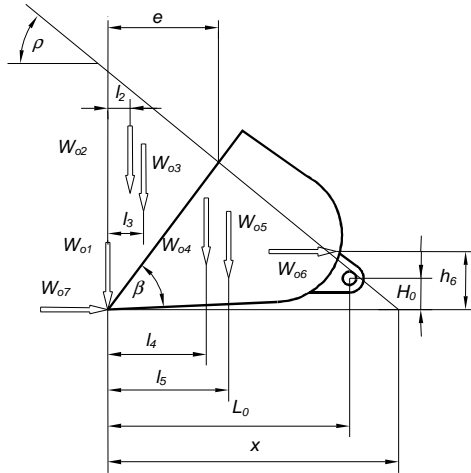
$$-R_{43x} s_3 - R_{43y} c_3 + m_3 [(x_{s3} + L_0) s_3 + y_{s3} c_3] \dot{\theta}_3^2 - m_3 [(x_{s3} + L_0) c_3 - y_{s3} s_3] \ddot{\theta}_3 + G_3 s_2 = R_{23y} \quad (8)$$

$$-R_{43y} L_0 - M_{43z} - m_3 (k_{3z}^2 + L_0^2 + 2l_3 x_{s3}) \ddot{\theta}_3 - [(x_{s3} + L_0) s_{23} - y_{s3} c_{23}] G_3 = M_{23z} \quad (9)$$

gdzie:

$$s_i = \sin(\theta_i), \quad c_i = \cos(\theta_i), \quad s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j), \quad c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j).$$

Jako składowe oporu obrotu czerpaka wyodrębnia się: opór ścinania na płaszczyźnie czołowej przyzmy wrywanej czerpakiem ze zwał materiału -  $W_{01}$ , opór ścinania na płaszczyznach bocznych przyzmy  $W_{02}$ , opór wcinania krawędzi pionowych czerpaka  $W_{03}$ , opór tarcia materiału o zewnętrzne boczne ścianki czerpaka  $W_{04}$ , nacisk materiału na dno czerpaka  $W_{05}$ , napór na tylną ściankę  $W_{06}$  oraz opór wcinania krawędzi czołowej czerpaka  $W_{07}$  (rys. 1) [Pieczonka 1988]. Wartość niektórych składowych stanowi niewielki procent w stosunku do całkowitego oporu obrotu.



Rys. 1. Składowe oporu obrotu  
Fig. 1. Components of the turn resistance

Stąd do dalszych obliczeń przyjęto uproszczoną zależność na wypadkową oporów obrotu w której uwzględniono opór ścinania na płaszczyźnie czołowej pryzmy oraz nacisk materiału na dno czerpaka [Boryga 2000]. Zależność ta ma postać:

$$W_0 = \frac{1}{2} x^2 \gamma \operatorname{tg} \rho \{ b + \sin^2 \rho [ 2b + x \operatorname{tg} \rho \cdot \operatorname{tg} (45^\circ - \frac{\rho}{2}) ] \} \quad (10)$$

Ramię działania wypadkowej  $W_0$  wynosi:

$$r_0 = \frac{W_{o1} \cdot L \cdot \cos[\theta_3 - (270^\circ - \theta_2)] + W_{o5} \cdot (L - l_5) \cdot \cos[\theta_3 - (270^\circ - \theta_2)]}{W_0} \quad (11)$$

Zależność (10) obowiązuje do momentu wyjścia czerpaka z pryzmy, po którym wartość oporu ścinania na płaszczyźnie czołowej pryzmy wrywanej czerpakiem  $W_{o1}$  wynosi zero. Stąd też niezbędne okazało się wyznaczenie zakresu ruchu czerpaka w pryzmie oznaczonego  $\alpha_c$  (rys. 2) w funkcji kąta usypowego materiału czerpanego oraz początkowego położenia i wymiarów czerpaka.

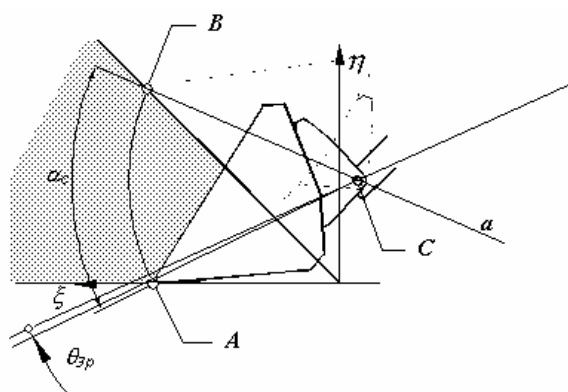
W tym celu wyznaczono współrzędne punktu  $B$  oraz  $C$  w lokalnym układzie współrzędnych  $\xi\eta$  związanym z pryzmą (rys. 2):

$$B(\xi, \eta) = \left( \frac{-2(x - L_0 + H_0 \cdot \operatorname{tg} \rho) - \sqrt{\Delta}}{2(1 + \operatorname{tg}^2 \rho)}, \frac{2(x - L_0 + H_0 \cdot \operatorname{tg} \rho) + \sqrt{\Delta}}{2(1 + \operatorname{tg}^2 \rho)} \operatorname{tg} \rho \right) \quad (12)$$

$$C(\xi, \eta) = (x - L_0, H_0) \quad (13)$$

gdzie:

$$\Delta = 4(x - L + H_0 \cdot \operatorname{tg} \rho)^2 - 4x(1 + \operatorname{tg}^2 \rho)(x - 2L) \quad (14)$$



Rys. 2. Początkowe i końcowe położenie czerpaka w pryzmie materiału ziarnistego  
Fig. 2. Initial and final position of the bucket into granular medium heap

Następnie wyznaczono współczynnik kierunkowy  $m$  prostej  $a$  (rys. 2):

$$m = \frac{\operatorname{tg} \rho \cdot [2(x - L + H_0 \cdot \operatorname{tg} \rho) + \sqrt{\Delta}] - 2H_0(1 + \operatorname{tg}^2 \rho)}{2(x - L + H_0 \cdot \operatorname{tg} \rho) + \sqrt{\Delta} - 2L(1 + \operatorname{tg}^2 \rho)} \quad (15)$$

Szukany zakres ruchu czerpaka w pryzmie wynosi:

$$\alpha_c = \arctg(m) - \theta_{3p} + (270^\circ - \theta_2) \quad (16)$$

### Wyniki badań i ich analiza

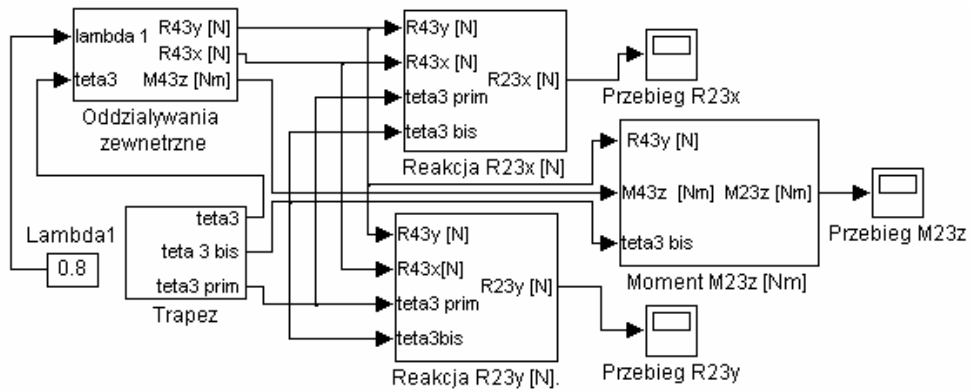
Program symulacyjny zbudowano w środowisku Matlab (Simulink) i podzielono na pięć współpracujących modułów (rys. 3).

W poszczególnych modułach wyznaczono: obciążenia zewnętrzne  $M_{43z}$ ,  $R_{43x}$ ,  $R_{43y}$  w układzie współrzędnych związanym z czerpakiem, przemieszczenie kątowne  $\theta_3$ , prędkość kątową  $\dot{\theta}_3$  i przyspieszenie kątowne  $\ddot{\theta}_3$  czerpaka oraz moment obciążający czerpak  $M_{23z}$  i składowe reakcji  $R_{23x}$  i  $R_{23y}$  w parze kinematycznej obrotu czerpaka.

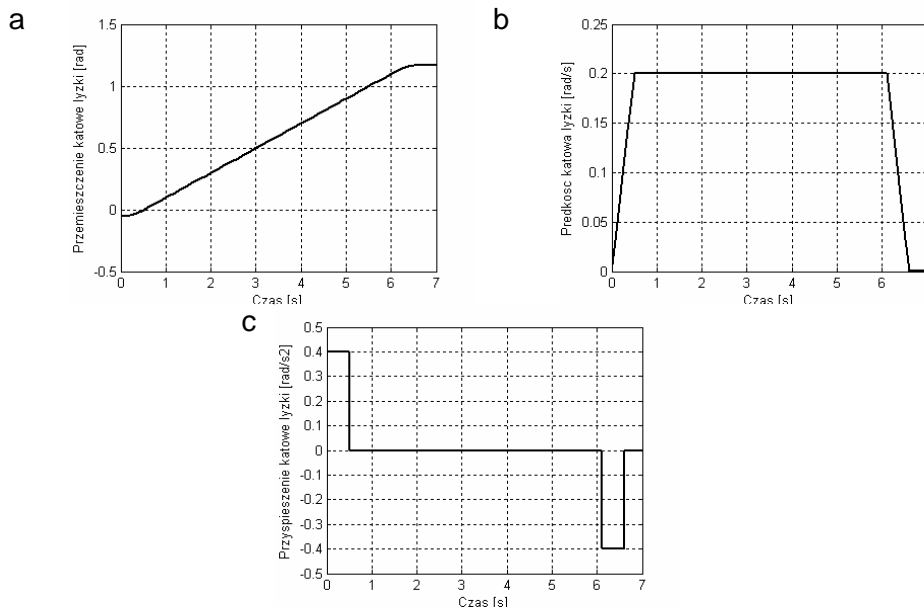
W przeprowadzonej symulacji ruchu przyjęto następujące dane i założenia:

- ładowarka czołowa T-426 współpracowała z ciągnikiem Ursus 1212,
- głębokość wcięcia czerpaka  $x = 0,8$  m.
- wartość kąta podnoszenia wysięgnika jest stała i wynosi  $\theta_2 = 245^\circ$ ,
- początkowa wartość kąta wywrotu czerpaka  $\theta_{3p} = -3^\circ$ , zaś końcowa  $\theta_{3k} = 66,9^\circ$

- materiał pryzmy tłuczeń dla którego:  $\rho=45^\circ$ ;  $\gamma=14,715 \text{ kN/m}^3$ ,
- wymiary czerpaka:  $L_0=1,05 \text{ m}$ ,  $b=2,5 \text{ m}$ ,  $L=0,8 \text{ m}$ .

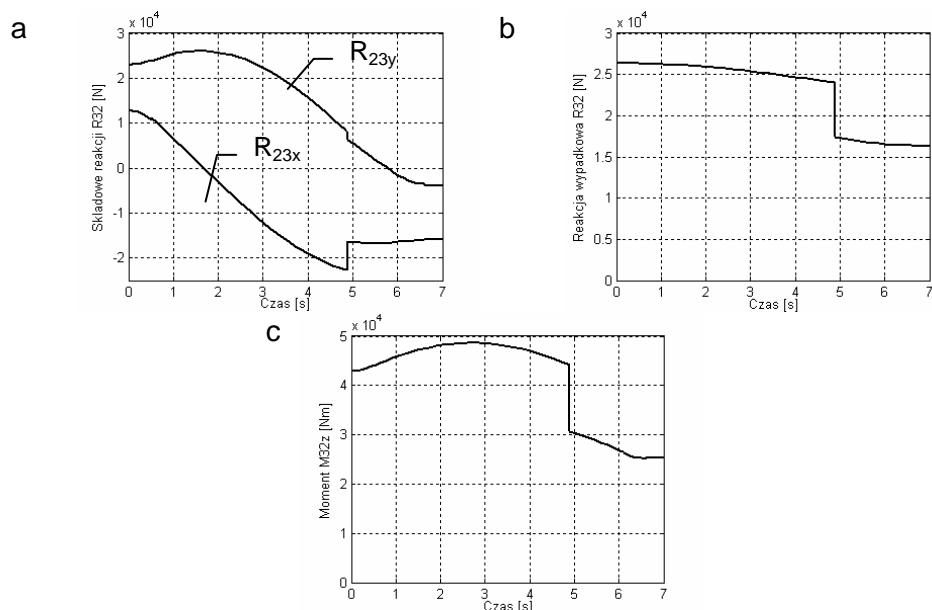


Rys. 3. Schemat blokowy programu symulacyjnego  
Fig. 3. Block diagram of simulation programme



Rys. 4. Przebieg kinematycznych charakterystyk ruchu podczas obrotu czerpaka: a) przemieszczenie kątowe  $\theta_3$ , b) prędkość kątowa  $\dot{\theta}_3$ , c) przyspieszenie kątowe  $\ddot{\theta}_3$

Fig. 4. The course of kinematic motion characteristics during bucket turn (a) angular dislocation  $\theta_3$ , (b) angular velocity  $\dot{\theta}_3$ , (c) angular acceleration  $\ddot{\theta}_3$



Rys. 5. Przebieg zmian w czasie a) składowych reakcji  $R_{23}$ , b) reakcji  $R_{23}$  oraz c) momentu obciążającego czerpak  $M_{23z}$   
 Fig. 5. Course of time dependent changes of (a) reaction components  $R_{23}$ , (b) reaction  $R_{23}$  and (c) the bucket loading moment  $M_{23z}$

Wyniki symulacji przedstawiono w postaci przebiegów kinematycznych charakterystyk ruchu, zmian momentu obciążającego czerpak  $M_{23z}$  oraz wypadkowej i składowych reakcji  $R_{23}$ . Ponadto, na podstawie zależności (wzór nr 16.) Wyznaczono zakres ruchu czerpaka w pryzmie. Dla założonej wielkości wcięcia czerpaka w pryzmę tłuczniia wyjście czerpaka z pryzmy następuje dla kąta  $\theta_3 = 50,26^\circ$ , zaś zakres jego ruchu w pryzmie, przy założonym stałym położeniu wysięgnika, wynosi  $\alpha_c = 53,26^\circ$ .

## Wnioski

1. Największą wartość reakcji  $R_{23}$  zaobserwowano w początkowej fazie ruchu, zaś maksymalny moment obciążający parę kinematyczną obrotu czerpaka  $M_{23z}$  stwierdzono dla czasu 2.8s. Odpowiada to położeniu kątowemu czerpaka  $\theta_3 = 25,1^\circ$  dla którego ramię siły oporu obrotu jest największe.
2. Zdecydowanie większą rolę w obciążeniu czerpaka odgrywają siły oporu zewnętrznego niż obciążenia wynikające z bezwładności układu. Wynika to z założonych kinematycznych charakterystyk ruchu, a szczególnie przyspieszenia kąowego, którego wartość wynosi  $0,4 \text{ rad/s}^2$ .

- Nieznaczące zmiany przebiegów charakterystyk dynamicznych związane z bezwładnością i przy przyjętej skali wykresów są niezauważalne.
- Przebiegi zmian w czasie zarówno reakcji jak i momentu, są funkcjami nieciągłymi. Związane jest to ze skokowym spadkiem obciążeń w chwili wyjścia czerpaka z przyzmy, po której wartość oporu ścinania na płaszczyźnie czołowej wynosi zero. Procentowy spadek składowej  $R_{23x}$  wynosi 28%, składowej  $R_{23y}$  21%, reakcji wypadkowej  $R_{23}$  27%, zaś momentu  $M_{23z}$  30%.
  - Przedstawiony w pracy model dynamiki ładowarki czołowej, z punktu widzenia praktycznego wykorzystania, stanowi podstawę do przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej i wprowadzenia ewentualnych modyfikacji konstrukcyjnych.

## Bibliografia

- Borkowski W., Konopka S., Prochowski L. 1996. *Dynamika maszyn roboczych*. WNT, Warszawa
- Boryga M. 2000. *Analiza sił oporu ładowarek czołowych*. VIII Międzynarodowe Sympozjum im. Prof. Czesława Kanafojskiego, tom I, Płock, ss. 99-107
- Olędzki A. 1987. *Podstawy teorii maszyn i mechanizmów*. WNT, Warszawa
- Powierża L. 1987. *Zarys inżynierii systemów bioagrotechnicznych*. Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom-Płock
- Pieczonka K. 1988. *Maszyny urabiające. Podstawy urabiania i przemieszczania*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej

## ANALYSIS OF FRONT LOADER DYNAMICS IN PHASE OF THE BUCKET TURN INTO GRANULAR MEDIUM HEAP

### Summary

Paper described the modeling procedure and computer simulation results of the T-426 front loader motion, considering external loads of the working element (bucket). The forces and inertial force moments were calculated using the Newton–Euler equation. Forces and moments of elements' reactions were calculated on the basis of balance equations of the forces and moments acting on each separated element in the kinematic chain of loader. For the sequences of bucket turn into granular medium heap the time dependent changes of selected kinematic and dynamic motion characteristics were determined.

**Key words:** front loader, turn, resistance, granular medium heap, motion equations, Newton–Euler method, computer simulation

*Recenzent – Bogusław Cieślikowski*