

Anatoli Chigarev<sup>\*</sup>, Yuri Chigarev, Rafał Nowowiejski  
<sup>\*</sup>Białoruski Uniwersytet Narodowo -Techniczny  
Instytut Inżynierii Rolniczej  
Akademia Rolnicza w Szczecinie

## MOŻLIWOŚĆ STOCHASTYCZNEJ NIESTABILNOŚCI DRGAŃ NARZĘDZI ROLNICZYCH W GLEBIE

### Streszczenie

Badano zmiany właściwości agrotechnicznych gleby wynikające z obciążenia siłami dynamicznymi od maszyn i narzędzi rolniczych. Jako model mechaniczny rozważany jest uogólniony model ośrodka lepko-sprężystego. Dane doświadczalne były podstawą wyboru tego modelu. Stwierdzono, że zarówno porowatość gleby jak i przepuszczalność powietrzna pogarszały się, gdy gleba była obciążana dynamicznie. Gęstość gleby wzrastała w porównaniu z obciążeniem statycznym. Omawiana jest stabilność fali w glebie. Stabilność aproksymacji liniowej jest zapewniona przez warunek prędkości minimalnej wzdłuż osi.

**Słowa kluczowe:** chaos, fala, drgania, koło, gleba, właściwość gleby, niejednorodność, sprężystość, lepki, obciążenie, naprężenie, odkształcenia, gęstość

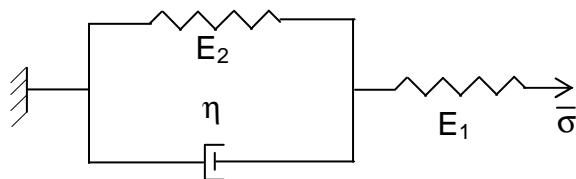
### Model gleby

W trakcie wykonywania prac polowych występuje oddziaływanie maszyn i pojazdów rolniczych na glebę. W rezultacie następuje zmiana właściwości gleby. Z reguły wtedy parametry wynikowe gleby są gorsze niż poprzednie [Rewut 1972].

W obszarze kontaktu koła z glebą pojawia się strefa naprężeń. Naprężenia te są wywołane z jednej strony obciążeniem masą ciągnika, a z drugiej siłami dynamicznymi przenoszonymi przez koła, a pochodzącymi od niewyrównoważeń różnych części i węzłów ciągnika.

Wskutek wprowadzenia w drgania cząstek gleby następuje jej odkształcenie. Aby ukazać przebieg tego zjawiska rozpatrywany jest model gleby charakteryzujący się właściwościami sprężysto-lepkimi. Znanymi modelami ciał sprężysto-lepkich są modele Maxwella oraz Kelvina-Voigta. Jednakże przystosowanie tych modeli do potrzeb opisu przebiegu zjawiska drgań w glebie jest bardzo utrudnione. Trudności wynikają z tego, że ciało Kelvina-Voigta zachowuje się w momencie przyłożenia obciążenia dynamicznego jak ośrodek niesprężysty, a z kolei ciało Maxwella charakteryzuje się dużymi odkształceniami pod działaniem obciążenia stałego.

Dla rozwiązania tego zadania wykorzystywany jest zwykle ogólny model ośrodka sprężysto-lepkiego (rys. 1) [Liachow 1982; Chigarev i Romaniuk 1997].



Rys.1. Schemat ośrodka sprężysto-lepkiego

Fig. 1. The scheme of elastic-viscous medium

Ściskanie sprężyny 1 odbywa się zgodnie z prawem Hooke'a

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} \quad (1)$$

gdzie:

$\varepsilon$  – odkształcenie sprężyny,

$\sigma$  – naprężenie normalne,

$E_1$  – dynamiczny moduł sprężystości.

Zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem w dowolnej chwili czasu  $t$  dla modelu ogólnego możemy zapisać w postaci następującej

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_1} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \eta \cdot \left( \frac{\sigma}{E_s} - \varepsilon \right) \quad (2)$$

gdzie

$$E_s = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \text{ - statyczny moduł sprężystości,}$$

$$k = \frac{E_s \cdot E_1}{\eta(E_1 - E_s)} \text{ - parametr lepkości,}$$

$E_2$  – moduł sprężystości sprężyny 2,

$\eta$  – współczynnik lepkości.

### Metoda badań

Z kolei obciążenie przypadające na koło możemy zapisać jako

$$Q(t) = P + G(t) \quad (3)$$

gdzie:

$$G(t) = P_0 \cdot \sin \omega t ,$$

$P = const$  - siła obciążająca oś koła,  $t$  - czas,  $\omega$  - częstotliwość drgań własnych

Naprężenia w strefie kontaktu koła z glebą przedstawiamy jako

$$\sigma = \sigma_m \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad \text{dla } 0 \leq t \leq T \quad \text{oraz} \quad (4)$$

$$\sigma = 0 \quad \text{dla } t < 0 \quad \text{i} \quad t > T$$

wówczas równanie (2) po uwzględnieniu warunków (4) przyjmie postać

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + k \cdot \varepsilon + \frac{k \cdot \sigma_m}{T \cdot E_s} \cdot t + \frac{\sigma_m}{E_1 \cdot T} \left(1 - \frac{E_1}{E_s} k \cdot T\right) = 0 \quad (5)$$

Rozwiązanie danego równania przy początkowym warunku  $\varepsilon(0) = \sigma_m/E_1$  pozwala na wyznaczenie odkształcenia gleby w zależności od obciążenia  $Q(t)$

$$\varepsilon(t) = -\frac{\sigma_m}{E_1 \cdot k \cdot T} \cdot \left(1 - \frac{E_1}{E_s}\right) - \frac{\sigma_m}{E_s \cdot T \cdot k} (k \cdot t - 1) + \left[ \frac{\sigma_m}{E_1} + \frac{1}{k} \cdot \frac{\sigma_m}{T \cdot E_1} \cdot \left(1 - \frac{E_1}{E_s} \cdot k \cdot T\right) - \frac{\sigma_m}{T \cdot E_s \cdot k} \right] \cdot e^{-kt} \quad (6)$$

W celu weryfikacji modelu teoretycznego wykonano badania doświadczalne określające zmiany właściwości gleby pod wpływem obciążeń statycznych i dynamicznych. Wyniki eksperymentu zamieszczone są w tabeli 1. Opis metodyki według której uzyskano przeprowadzono badania zamieszczony jest w pracy [Chigarev i Romaniuk 1997]

### Wnioski dotyczące modelu

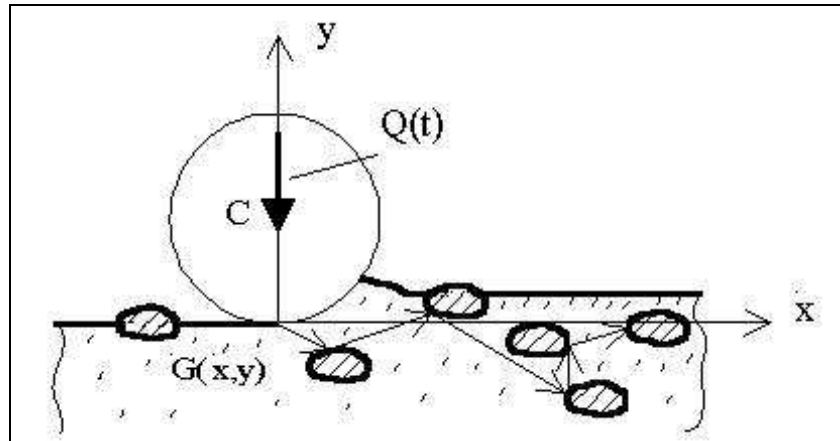
1. Model dokładnie opisuje przebieg drgań w glebie. Różnica pomiędzy wynikami doświadczalnymi a otrzymanymi teoretycznie wynosi 10%.
2. Rozpatrując problem zmiany właściwości gleby należy uwzględnić obciążenie dynamiczne, ponieważ gęstość gleby poddana obciążeniu statycznemu osiągnęła wartość  $0,303 \text{ g/cm}^3$ , natomiast poddana obciążeniom dynamicznym była równa  $0,436 \text{ g/cm}^3$

Tabela 1. Zależność fizycznych właściwości gleby od liczby aktów zagęszczania  
 Table 1. Dependence of physical soil properties on the number of compacting events

Liczba obciążeń	Rodzaj obciążenia próbki					
	statyczne			udarowe		
	Gęstość g/cm <sup>3</sup>	Przenikalność powietrzna	Porowatość %	Gęstość g/cm <sup>3</sup>	Przenikalność powietrzna	Porowatość %
W <sub>1</sub> =12 %						
0	1,126	2450	61,3	1,126	2450	61,3
1	1,372	1050	52,9	1,427	358	51,0
2	1,408	650	51,6	1,486	219	49,0
3	1,417	440	51,3	1,518	156	47,9
4	1,417	376	51,3	1,518	128	47,9
W <sub>2</sub> =17 %						
0	1,132	1620	62,8	1,132	1620	62,8
1	1,435	173	52,8	1,568	105	48,5
2	1,521	119	50,0	1,644	65	46,0
3	1,602	56	47,3	1,684	40	44,6
4	1,680	44	44,8	1,713	39	43,7
5	1,680	40	44,8	1,713	36	43,7

Na podstawie powyższych rezultatów należy stwierdzić, że koniecznym jest przeprowadzenie badań dotyczących wpływu drgań wywoływanych przez urządzenia i maszyny techniki rolniczej na strukturę gleby. Badania teoretyczne tyczące przemieszczania się fal w ośrodkach niejednorodnych, a gleba jest właśnie takim ośrodkiem, wskazują, że przy określonych warunkach parametry równań ruchu przyjmują charakter stochastyczny i wtedy konieczne jest stosowanie metod statystycznych i prawdopodobieństwa. [Zaslavski 1970, Chigarev i. Chigarev 1978]. Jak w tych pracach wykazano, przy określonych warunkach niejednorodności, konieczne jest przejście od rozwiązania deterministycznego do rozwiązania stochastycznego stosując w badaniach teorię prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

Ciągniki i maszyny są źródłem drgań przenoszonych na glebę poprzez narzędzia w niej pracujące oraz inne elementy stykające się z glebą. Elementy drgające wywierają destrukcyjny wpływ na strukturę gleby. Powstaje pytanie związane z zachowaniem się fali w glebie. Rozpatrzmy ruch takiej fali której źródłem której jest koło ciągnika (rys.2).



Rys. 2. Schemat ruchu fali w glebie pod kołem

Fig2. The scheme of movement of soil the wave under the wheel

W układach deterministycznych nieliniowych zachowanie się układów staje się przypadkowe dla pewnych rodzajów zakłóceń, i konieczne jest przejście do opisu probabilistycznego.

Kryterium przypadkowości dla ośrodka niehomogenicznego zależy od wzdłużnej niejednorodności fali nośnej [Chigarev i Chigarev 1978].

W płaszczyźnie Oxy rozważamy równanie fali o postaci  $y = y(x)$ . Problem trójwymiarowości nie przedstawia sobą żadnych zasadniczych trudności. Gleba jest charakteryzowana przez prędkość fali  $G(x, y)$  jako funkcję współrzędnych układu kartezjańskiego lub przez wskaźnik refrakcji  $n(x, y) = G_0 / G(x, y)$ , gdzie  $G_0$  oznacza prędkość fali w ośrodku jednorodnym. Przyjmujemy, że ruch fali następuje wzdłuż osi  $x$  w otoczeniu  $y = 0$ . Wtedy  $n$  będzie zależeć tylko od  $x$ . Oznaczmy przez  $z = y n^{1/2}$ . Zmienność odchyleń fali nośnej drgań od osi spełnia po przekształceniu następujące ogólne równanie [Chigarev i Chigarev 1978]

$$\ddot{z} + N(x)z + M(x)z^2 + L(x)z^3 = \varepsilon F(x, y) \quad (7)$$

gdzie:  $\varepsilon \ll 1$ , natomiast  $F(x, y)$  jest to funkcja zależna od niejednorodności gleby oraz źródła drgań. Postać współczynników  $N(x)$ ,  $M(x)$ ,  $L(x)$  przedstawiona jest w pracy [Chigarev i Chigarev 1978]. Analiza zlinearyzowanego równania (7) o postaci  $\ddot{z} + N(x)z = 0$  prowadzi do następujących rezultatów:

1. dla  $N \leq 0$  jest  $z \rightarrow \infty$ , jeśli  $x \rightarrow \infty$ ;
2. dla  $N \geq m > 0$  fala waha się wokół osi  $x$  i przecina  $y = 0$  nieskończenie wiele razy gdy  $x \rightarrow \infty$ .

Przy warunkach początkowych  $z(0)=0$ ,  $\dot{z}(0)=c$  i wystarczająco małym  $\varepsilon \ll 1$ , wartość absolutna funkcji  $z(x)$  nie przekracza wartości danej  $(0, \infty)$ . Fala jest stabilna w aproksymacji liniowej. Warunek prędkości minimalnej wzdłuż osi fali nośnej zapewnia stabilność w szerszym sensie. Kiedy nieliniowość jest brana pod uwagę, z prawie stałymi wartościami  $N$ ,  $M$ ,  $L$  i wystarczająco małym  $\varepsilon$ , funkcja  $F(x, y)$  jest traktowana jako charakteryzująca zewnętrzne skutki wywierane na falę przez strukturę. Rozważając przypadek określenia ośrodka niehomogenicznego we względnie prosty sposób otrzymuje się dla danego problemu kryterium przejścia od opisu deterministycznego do stochastycznego.

Określając

$$F(x, y) = z F(x), \quad F(x) = \omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nX), \quad (8)$$

gdzie: funkcja delta charakteryzuje obecność drobnych niejednorodności wzdłuż osi fali nośnej,  $X = 2\pi/\Omega$ ,  $\Omega \ll \omega$ ,  $\omega^2 = N$ ,  $M = 0$ ,  $L = \omega^2 \alpha$  ( $\Omega$  - częstotliwość zależna od niejednorodności).

Teraz równanie (7) przyjmuje postać

$$\ddot{z} + z\omega^2(1 + \alpha z^2) - \varepsilon \omega z \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nX) = 0 \quad (9)$$

Równanie w formie (9) było badane w połączeniu z innymi problemami fizycznymi i kryterium przypadkowości zostało wyprowadzone dla układów typu (9). [Zaslavski 1970, Chigarev i. Chigarev 1978]. Zależność  $F(x, z)$  od  $z$  może się różnić od wyrażenia (7), i w szczególności, może być niezależna od  $z$ .

## Wnioski

Rozwiązanie równania (9) pokazuje, że długość drogi fali nabiera charakteru losowego kiedy [Chigarev i Chigarev 1978]

$$x = \frac{X}{2 \ln K}. \quad (10)$$

$$k = \varepsilon \Delta \omega / \Omega$$

Analiza wyrażenia (10) pokazuje jak następuje:

- Dla  $k < 1$  ( $\varepsilon \ll 1$ ) ruch fali jest stabilny (strefa rozwiązania deterministycznego);
- Dla  $k \sim 1$  jest w strefie przejściowej (granica stochastyczności);
- Dla  $k \gg 1$  zachowuje się jak fala (strefa rozwiązania stochastycznego).

Dla  $K \gg 1$  rezonanse układu nachodzą na siebie, ruch jest zrandomizowany a faza zmienia się losowo jako funkcja  $x$ . Dla analizy stabilności fali konieczne jest przejście do opisu statystycznego na podstawie badań charakterystyki probabilistycznej. Dla spełnienia warunku  $K \gg 1$  konieczne jest aby:

- a) pochodna miała formę delta, oznaczając obecność znacznej liczby harmoniczných w widmie  $F(x)$ ;
- b)  $F(\omega)$  była okresowa (prawie okresowa);
- c) nieliniowość była dostatecznie duża.

### **Bibliografia**

Riewut I.B. 1967. Fizika gleby. L. Nedra., s.232

Liachow G.M. 1982. Wołny w gruntach i poristych mnogokomponentnych sredach. M.Nauka., s.288

Chigarev Yu. V. Romanuk N.N. 1997. Agrotiechniczeskaja powreždajemość poczw przy udarnych nagruzkach od ekspluatirujemych selskochozajstwennyh mashyn i orudji. Wiesti Akademii Nauk Rolniczych Bełarusi, N 3, s.68-70

Chigarev A.V. Chigarev Yu.V. 1978. O wozmożności wozniknowenia stochastycznej nieustojczywości łucziej w nieodnorodnych sredach. Moskwa, Akustyczieskji żurnał,t. 24,N5, s.705 - 711

Zaslavskii G.M. 1970. Statistical irreversibility in nonlinear systems Moscow, Nauka, , p.143

## **POSSIBILITY OF STOCHASTIC INSTABILITY OF**

### **AGRICULTURAL IMPLEMENTS' VIBRATION IN SOIL**

#### **Summary**

The changes of agro-technical properties of soil resulting from dynamic forces exerted by agricultural implements and machines were studied. A generalised model of viscous-elastic medium was taken as a mechanical model. Experimental data were the basis for the choice of this model. It was found that both soil porosity and its air permeability worsened when the soil was under dynamic load. As for soil density, it increased compared with static load.

The stability of wave propagation in soil was discussed. Stability of the linear approximation is guaranteed by the condition of minimum velocity along the axis.

**Key words:** chaos, wave, vibration, soil, elasticity, load, stress, deformation, density