

Wojciech Mueller  
Instytut Inżynierii Rolniczej  
Akademia Rolnicza w Poznaniu

## IDENTYFIKACJA LOSOWYCH ROZKŁADÓW PARAMETRÓW CIEPLNYCH ZŁOŻA, BĘDĄCYCH KONSEKWENCJĄ PROBABILISTYCZNEGO CHARAKTERU PROCESU ŁADOWANIA KAMIENNEGO AKUMULATORA CIEPŁA

### Streszczenie

Akumulatory energii cieplnej stanowią ważny element w procesie dopasowywania charakterystyki źródła z zmiennym zapotrzebowaniem na energię. Problem ten jest szczególnie istotny w przypadku źródeł niekonwencjonalnych. Dodatkowym czynnikiem wpływającym na kształtowanie się tego zjawiska jest probabilistyczny charakter źródła energii jej pozyskiwania jak i przechowywania. W fazie ładowania kamiennego akumulatora energii cieplnej losowy charakter posiada średnica równoważna elementów złoża jak i temperatura otoczenia i powietrza zasilającego, uzyskiwanego z kolektora słonecznego. Zostało to uwzględnione w modelu matematycznym, który stanowił podstawę do budowy systemu informatycznego. Wykorzystano go następnie do realizacji symulacji komputerowej, celem identyfikacji rozkładów losowych temperatury powietrza, kamieni w poszczególnych przekrojach złoża jak również ilości energii cieplnej w nim skumulowanej.

**Słowa kluczowe:** akumulator energii cieplnej, złoże kamienne, model probabilistyczny.

### Wykaz oznaczeń

- $\underline{A}$  – powierzchnia międzyfazowa przypadająca na jednostkę długości akumulatora [ $\text{m}^2/\text{m}$ ],  
 $A_{\text{ww}}$  – zewnętrzna powierzchnia graniczna akumulatora przypadająca na jednostkę długości akumulatora [ $\text{m}^2/\text{m}$ ],  
 $c_f$  – ciepło właściwe płynu [ $\text{J}/\text{kgK}$ ],

- $c_m$  – ciepło właściwe kamienia [J/kgK],
- $\underline{h}$  – współczynnik wnikania ciepła na granicy dwóch ośrodków [W/m<sup>2</sup>K],
- $\underline{m\dot{x}}$  – masowe natężenie przepływu płynu [kg/s],
- $t$  – czas [s],
- $T_f$  – temperatura płynu [°C],
- $T_{fo}$  – temperatura płynu wchodzącego do złoża [°C],
- $T_{fe}$  – temperatura otoczenia [°C],
- $T_m$  – temperatura kamienia [°C],
- $T_{mp}$  – temperatura początkowa magazynu [°C],
- $U$  – współczynnik wymiany ciepła pomiędzy ścianą akumulatora a otoczeniem [W/m<sup>2</sup>K],
- $x$  – krok przestrzenny,
- $\underline{\varepsilon}$  – porowatość ośrodka,
- $\rho_m$  – gęstość kamienia [kg/m<sup>3</sup>].
- $\underline{T}_{fo}$  – temperatura płynu wchodzącego do złoża [°C],
- $\underline{T}_{fe}$  – temperatura otoczenia [°C],
- $NM$  – liczba sekcji (kroków przestrzennych), na które został podzielony kumulator,
- $NL$  – liczba kroków czasowych,
- $j = 1 \dots NM$  – j-ty krok przestrzenny,
- $l = 1 \dots NL$  – l-ty krok czasowy.
- $T_{fe}(t)$  – zmienna deterministyczna będąca funkcją czasu,
- $\Delta \underline{T}_{fe}$  – zmienna losowa o rozkładzie normalnym i wartości oczekiwanej równej zero.

### **Probabilistyczny model przepływu ciepła w kamiennym akumulatorze podczas fazy ładowania**

Z reguły akumulatory kamienne współpracują z powietrznymi kolektorami słonecznymi. Oznacza to, iż losowy charakter ma nie tylko średnica równoważna kamieni złoża, ale również temperatura powietrza otoczenia jak i powietrza zasilającego akumulator w fazie ładowania.

Nowy jednowymiarowy model opisujący proces wymiany ciepła w złożu kamiennym w trakcie jego ładowania [Mueller, Kujawa, Wers 2003] uwzględniający losowość sygnalizowanych wielkości fizycznych – podobnie jak poprzedni [Mueller 1989] – składa się z dwóch równań różniczkowych, które utworzono posługując się bilansem energetycznym dla elementarnej objętości kamieni i powietrza:

$$\dot{m} c_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = \underline{hA}(T_f - T_m) \quad (1)$$

$$B(1 - \underline{\varepsilon}) \rho_m c_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = \underline{hA}(T_f - T_m) - UA_{ww}(T_m - \underline{T}_{fe}) \quad (2)$$

Oba te wyrażenia uzupełnione są o następujące warunki początkowo-brzegowe:

dla  $x = 0$   $T_f = \underline{T}_{fo}$  (3)

oraz

dla  $t = 0$   $T_m = T_{mp}$  (4)

Wielkości podkreślone pojedynczą kreską są funkcjami losowymi określanymi na podstawie średnicy równoważnej kamienia jako zmiennej losowej. Z kolei parametry wyróżnione przez podwójne podkreślenie są procesami stochastycznymi.

Opisywane zagadnienie zostało rozwiązane dzięki zastosowaniu metody różnic skończonych. W efekcie dyskretyzacji równań różniczkowych (1) (2) uzyskano równania algebraiczne (5) i (6), które uzupełnione o warunki początkowo-brzegowe stanowią rozwiązanie problemu. Mają one następując postać:

$$T_{f_{j+1}}^l = (T_{f_j}^l - T_{m_j}^{l-1}) \exp\left(-\frac{\dot{hA}L}{m c_f NM}\right) + T_{m_j}^{l-1} \quad (5)$$

$$T_{m_j}^{l+1} = \frac{\Delta t NM \left\{ \dot{m} c_f (T_{f_j}^l - T_{f_{j+1}}^l) - UA_{ww}(T_{m_j}^l - \underline{T}_{fe}) \right\}}{\rho_m B c_m (1 - \underline{\varepsilon}) L} + T_{m_j}^l \quad (6)$$

Na podstawie powyższego modelu zaprojektowana i wytworzono system infromatyczny. Etap pierwszy zrealizowano wykorzystując metodyki strukturalne i obiektowe. Opracowane diagramy obiektowe przypadków użycia i klas zbudowano w oparciu o notację UML. W następnej kolejności przystąpiono do realizacji aplikacji przy użyciu środowiska wizualnego jakim jest C++Builder.

## Symulacja komputerowa

W przeprowadzonym eksperymencie bazującym na modelu abstrakcyjnym uwzględniono tylko zależność temperatury otoczenia od czasu, pomijając jej zależność od rejonu świta i okresu w roku. Przesądziła o tym szczupłość posiadanych danych, która zadecydowała również o fakcie, iż temperaturę otoczenia potraktowano nie jako proces stochastyczny, ale jako funkcję losową o postaci [Benjamin, Cornell 1977]:

$$\underline{T}_{fe} = T_{fe}(t) + \Delta \underline{T}_{fe} \quad (7)$$

Człon deterministyczny powyższego równania aproksymowano trzema równaniami kwadratowymi odpowiednio dla trzech miesięcy: czerwca, lipca i sierpnia.

Posiadane dane stanowiły również podstawę do określenia odchylenia standardowego opisującego człon losowy. Aproksymowane funkcje wraz z zidentyfikowanymi odchyleniami standardowymi zamieszczono w tabeli 1.

*Tabela 1. Zestawienie równań i odchyłeń standardowych uwzględnianych podczas wyznaczania temperatury otoczenia*

*Table 1. Equations & standard deviations considered for determination of ambient air temperature*

Miejsce/okres	Postać funkcji [°C]	Poziom istotności równania	Odchylenie standardowe [°C]
Siedlce/czerwiec	$f(t)=-0,0614t^2+1,6760t+10,0375$	0,9638	2,9990
Siedlce/lipiec	$f(t)=-0,0660t^2+1,8131t+7,1464$	0,9498	2,5488
Siedlce/sierpień	$f(t)=-0,04390t^2+1,1976t+7,2607$	0,9037	2,7131

Analogiczną formę matematyczną zastosowano do opisu temperatury powietrza na wejściu do złoża z uwagi na niekompletność posiadanych danych. Te upraszczające założenia były konieczne do przeprowadzenia symulacji komputerowej, aczkolwiek mają one charakter tymczasowy.

Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych wejściowych:

- materiał złoża – tłużeń granitowy,
- długość akumulatora – 1,72 m,
- liczba sekcji – 43,
- długość kroku czasowego – 300 s,
- liczba kroków czasowych – 36,

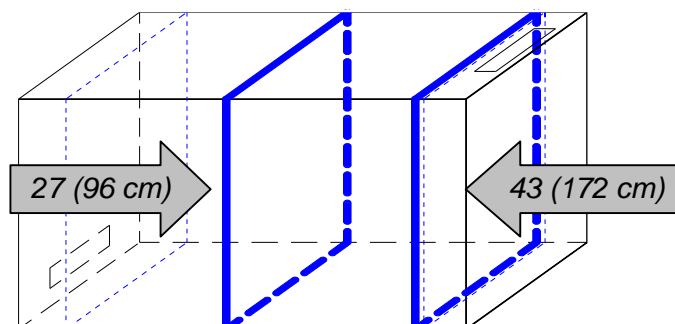
- pole powierzchni zewnętrznej sekcji magazynu – 0,2368 m<sup>2</sup>,
- pole przekroju akumulatora prostopadłe do kierunku przepływu – 1,44 m<sup>2</sup>,
- temperatura początkowa magazynu – 16,5°C,
- masowe natężenie przepływu powietrza – 0,187 kg/s,
- liczba warstw izolacji – 1, współczynnik przewodzenia ciepła warstwy – 0,025 W/mK, grubość warstwy – 0,06 m,
- średnica równoważna kamienia: wartość oczekiwana – 0,0388 m, odchylenie standardowe – 0,0083 m,
- wielkości niezbędne do identyfikacji rozkładu temperatury dla modelu otoczenia i powietrza wchodzącego do akumulatora:
  - okres ładowania – czerwiec, godzina rozpoczęcia ładowania – 10.00,
  - odchylenie standardowe temperatury otoczenia – 2,99°C,
  - wartość temperatury powietrza wchodzącego do akumulatora na początku – 40°C, w połowie – 44°C i na końcu procesu ładowania – 42°C,
  - odchylenie standardowe temperatury powietrza wchodzącego do akumulatora – 2,99°C.

## **Wyniki badań**

Prezentowany model wymiany ciepła, stanowiący podstawę systemu informatycznego uwzględnia zarówno losowy charakter średnicy równoważnej kamieni tworzących złożę jak i stochastyczny charakter temperatury powietrza otoczenia i zasilającego akumulator. Średnica równoważna kamieni to zmienna losowa o rozkładzie logarytmiczno-normalnym [Benjamin, Cornell 1977], natomiast dla temperatur powietrza przyjęto rozkład normalny. Parametry tych rozkładów wyznaczono na bazie posiadanych danych empirycznych.

Do przeprowadzenia identyfikacji rozkładów zmiennych losowych wielkości fizycznych takich jak temperatura powietrza jak i złoża poszczególnych sekcji oraz ilości energii cieplnej całego akumulatora zrealizowano pięćdziesiąt powtórzeń. Analizę statystyczną przeprowadzono dla wielkości opisujących sekcję 27 i 43, których lokalizację prezentuje rys. 1.

W procesie analizy statystycznej postawiono dwie wykluczające się hipotezy, iż temperatury powietrza i złoża są zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym oraz lognormalnym. Ocenę poprawności tak postawionych hipotez uzyskano stosując test chi-kwadrat.



Rys. 1. Lokalizacja sekcji, dla których przeprowadzono analizę statystyczną temperatury powietrza i złoża

Fig. 1. Determination location of sections for which statistical analysis of the air & rock temperatures was conducted

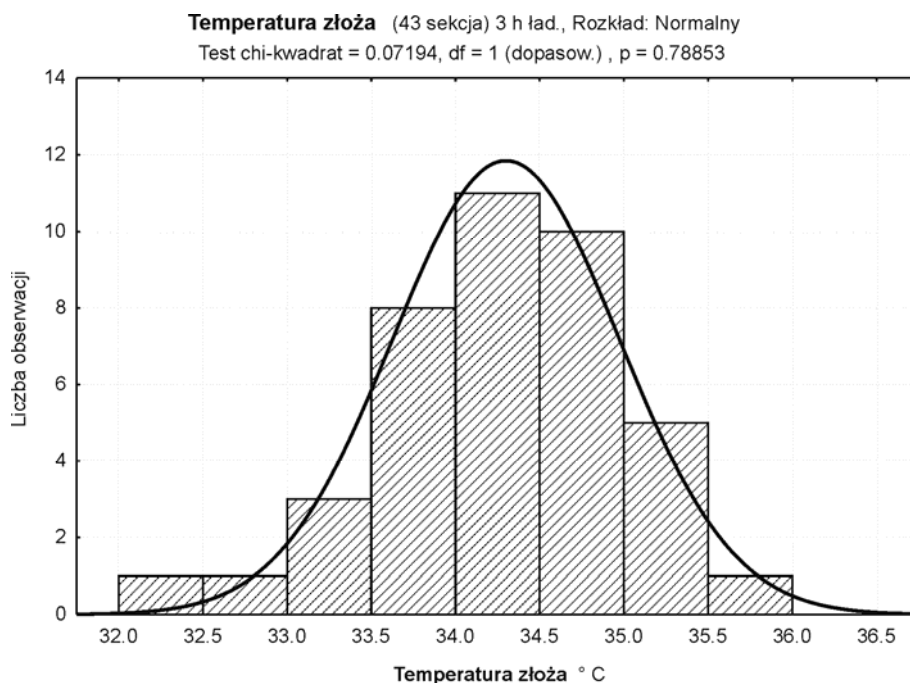
Efekty analizy statystycznej wraz z wartościami przeprowadzonych testów prezentuje tabela 2

Tabela 2. Statystyka podstawowa temperatury złoża i powietrza wraz z dopasowanymi rozkładami

Table 2. Basic statistics of rock-bed & air temperatures including matched distributions

Wielkość fizyczna	Czas ładowania	Numer sekcji	Wartość średnia	Wariancja	Rozkład normalny		Rozkład lognormalny	
					$\chi^2$	$\alpha$	$\chi^2$	$\alpha$
T – złoża	1,5 h	27	24,726	0,81814	4,93	0,177	5,37	0,147
T – złoża	3 h	27	43,071	0,42668	1,23	0,746	1,23	0,745
T – złoża	1.5 h	43	16,392	0,00878	4,03	0,258	4,02	0,259
T – złoża	3 h	43	34,299	0,45326	0,07	0,789	0,1	0,752
T – pow.	1.5 h	27	26,029	0,37435	4,68	0,196	4,92	0,177
T – pow.	3 h	27	43,233	0,36041	1,33	0,514	1,34	0,511
T – pow.	1.5 h	43	16,472	0,01152	0,87	0,350	0,86	0,353
T – pow.	3 h	43	35,179	0,32277	1,81	0,612	1,83	0,608

Graficzną ilustracją stopnia rozrzutu i dopasowania wyników temperatury powietrza i złoża dla wybranej sekcji do rozkładu normalnego prezentują rysunki rys. 2 i rys. 3.



Rys. 2. Histogram temperatury złoża ostatniej sekcji akumulatora wraz z dopasowanym rozkładem normalnym (3 h procesu ładowania)

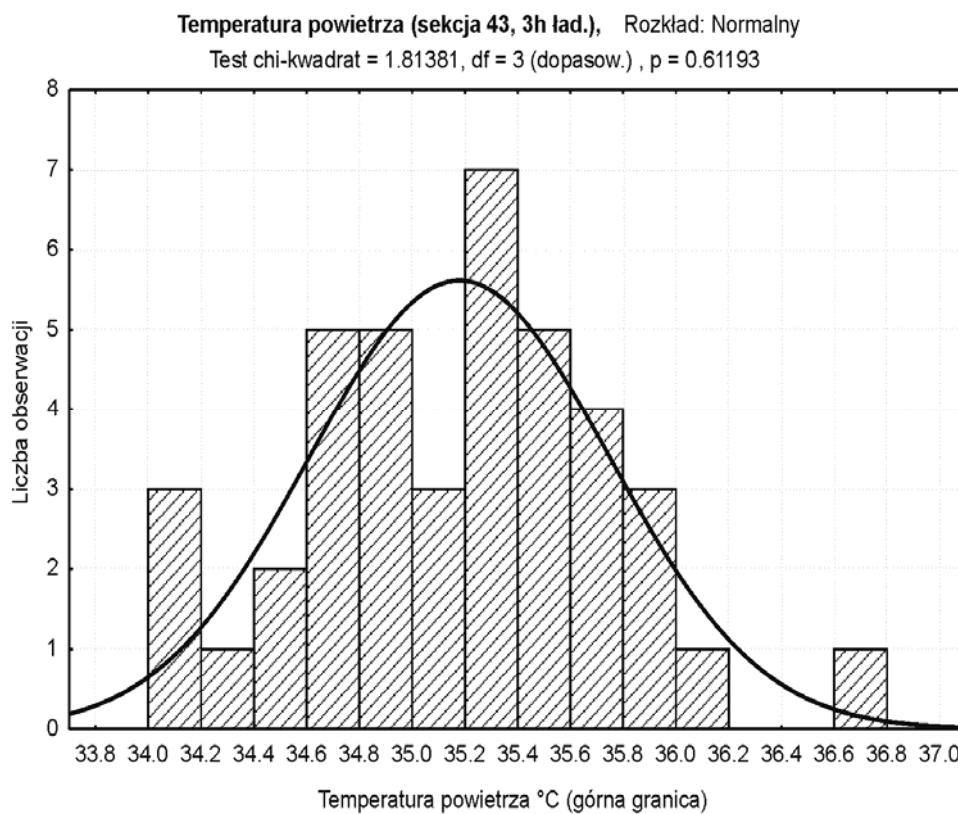
Fig. 2. Bar-chart of rock-bed temperature for the storage last section with matched normal distribution (3 hours charging)

Identyczną procedurę postępowania przeprowadzono w odniesieniu do wielkości energii cieplnej zgromadzonej w złożu. Wyniki analizy statystycznej wraz z oceną stopnia dopasowania rozkładów normalnego i lognormalnego zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Statystyka podstawowa energii cieplnej złoża wraz z dopasowanymi rozkładami

Table 3. Basic statistics of rock-bed thermal energy including matched distributions

Wielkość fizyczna	Czas ładowania	Wartość średnia kJ	Odchylenie standardowe	Rozkład normalny		Rozkład lognormalny	
				$\chi^2$	$\alpha$	$\chi^2$	$\alpha$
Q – złoża	2 h	27707,5	5451,6	5,822	0,212	4,05	0,405
Q – złoża	3 h	36971,1	5929,6	0,948	0,814	0,887	0,971

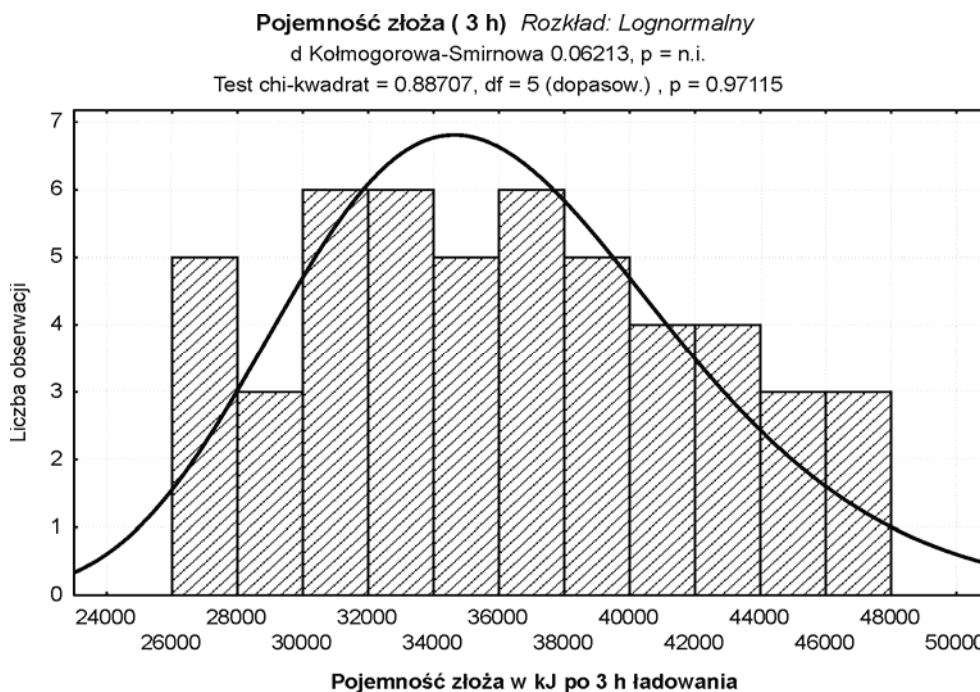


Rys. 3. *Histogram temperatury powietrza wchodzącego do ostatniej sekcji akumulatora wraz z dopasowanym rozkładem normalnym (3 h procesu ładowania)*

Fig. 3. *Bar-chart of air temperature entering rock-bed storage last section, including matched normal distribution (3 hours charging)*

Uzyskany histogram wielkości energii cieplnej złoża z dopasowanym rozkładem lognormalnym prezentuje rys. 4.





Rys. 4. Histogram energii cieplnej złoża i dopasowany do niego rozkład lognormalny

Fig 4. Bar-chart of rock-bed thermal energy with matched lognormal distribution

## Podsumowanie

Przeprowadzone badania symulacyjne z wykorzystaniem zbudowanego systemu informatycznego jak i przeprowadzona analiza statystyczna pozwoliły na sformułowanie następujących uwag i wniosków:

1. Testowanie hipotez o prognozowanym rozkładzie normalnym lub lognormalnym temperatury powietrza, złoża i pojemności, przy użyciu testu chi-kwadrat, nie daje podstaw (na poziomie istotności 0.05) do odrzucenia żadnej z nich.
2. Wartości sprawdzianu hipotezy  $H_0$ , w przypadku testu chi-kwadrat, dla pojemności cieplnych złoża sugerują wybór rozkładu lognormalnego w porównaniu z normalnym.
3. Przeprowadzenie dalszych kompleksowych analiz statystycznych będzie możliwe po rozbudowie programu AkTerm2003, o moduł generujący pakiety danych dla programu Statistica.

## **Bibliografia**

Benjamin J. R., Cornell C. A. 1977. Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.

Mueller W., Kujawa S., Weres J. 2003. Losowość temperatury w procesie ładowania kamiennego akumulatora energii cieplnej. Inżynieria Rolnicza 12 (54), Warszawa.

Mueller W. 1989. Proces wymiany ciepła w kamiennym złożu o zróżnicowanej wielkości elementów wypełnienia. Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Mechanika 44, Komitet Techniki Rolniczej PAN.

## **IDENTIFICATION OF ROCK-BED THERMAL PARAMETERS RANDOM DISTRIBUTION AS A RESULT OF PROBABILISTIC CHARACTER OF THE STORAGE CHARGING PROCESS**

### **Summary**

Thermal energy storage systems constitute an important element in the process of matching an energy source with a receiver of a variable energy demand. This is particularly important in cases of unconventional energy sources. Probabilistic character of the energy source as well as of the process of gathering & storing the energy influence the form of the phenomenon. In the phase of charging a rock-bed storage, both equivalent diameter of bed parts, ambient temperature & the temperature of the outlet air of a solar energy collector are of random character. This was considered in the mathematical model – a base to create a computer program to simulate the process of energy storage. The aim was to identify random distribution of ambient air temperature, rock temperature at various bed levels & the amount of energy stored.

**Key words:** thermal energy storage, rock-bed, probabilistic model