

MODELE RELAKSACJI NAPRĘŻEŃ W PŁYTACH PILŚNIOWYCH ZAWIERAJĄCYCH KOMPONENT SŁOMY

Gabriel Czachor

Instytut Inżynierii Rolniczej, Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę oraz wyniki weryfikacji przydatności modeli reologicznych do prognozowania redukcji wartości naprężenia wywołanego w testowanym materiale płyt pilśniowych. Określono wpływ dodatku słomy na wartości parametrów przyjętych modeli reologicznych. Wykazano, że do prognozowania przebiegu relaksacji naprężeń w płytach zawierających 0% komponentu słomy, można wykorzystać standardowe modele Maxwella, Burgersa, Zenera oraz model eksperymentalny. Stwierdzono, że w przypadku płyt zawierających 100% komponentu słomy przydatnym jest model eksperymentalny.

Słowa kluczowe: płyty pilśniowe, słoma, relaksacja naprężeń

Wprowadzenie

Konstrukcyjne tworzywa drewnopochodne EWP (Engineered Wood Products) są narażone na działanie różnego rodzaju obciążeń, których czas trwania wynosi od kilku minut do nawet kilkunastu lat [PN - EN 622 - 2]. Racjonalne zastosowanie konstrukcyjnych tworzyw drewnopochodnych wymaga przede wszystkim określenia ich cech reologicznych [Bengtsson 2001]. Szczególnym przypadkiem jest reakcja EWP na zadziaływanie krótkotrwałego obciążenia o charakterze awarii. Poznanie tej reakcji możliwe jest głównie poprzez określenie tempa relaksacji naprężeń. Jest to istotne, bo dotyczy materiałów o budowie zasadniczo różniącej się od typowych materiałów konstrukcyjnych.

Konstrukcyjne materiały drewnopochodne wykazują cechy ciała liniowo-lepkosprężystego, dlatego do aproksymacji przebiegów relaksacji naprężeń zachodzących w tych materiałach wykorzystuje się równania opracowane na podstawie uogólnionego modelu Maxwella oraz czteroparametrowego modelu Burgersa [Clorius i in. 2000; Gonet 1991; Mukudai i Yata 1986]. Stosuje się także modyfikacje modelu Burgersa w postaci trzyparametrowego modelu Zenera.

Celem niniejszej pracy była weryfikacja przydatności rozpatrywanych modeli reologicznych do prognozowania redukcji wartości naprężenia wywołanego w testowanym materiale płyt pilśniowych oraz określenie wpływu dodatku słomy na wartości parametrów przyjętych modeli reologicznych. Szczegółowym celem było wyznaczenie wpływu czasu testu i wartości wskaźnika określającego poziom obciążenia na przebieg relaksacji naprężeń.

Obiekt badań, metodyka

Istotą opracowanej metodyki jest założenie, że możliwe jest prognozowanie przebiegu relaksacji naprężeń zachodzącej w obiekcie w przedziale czasowym o dwa, trzy rzędy wielkości większym niż czas trwania impulsu. Jako kryterium weryfikujące przydatność konkretnego modelu reologicznego do prognozowania przebiegu zmian wartości naprężenia przyjęto graniczną wartość błędu aproksymacji Δ_σ równą $\pm 5\%$.

Obiektem badań była eksperymentalna partia płyt pilśniowych wytworzonych w Ośrodku Badawczo – Rozwojowym Przemysłu Płyt Drewnopochodnych w Czarnej Wodzie [Danecki 2006]. Do badań wykorzystano płyty podlegające hartowaniu i zawierające tylko przetworzone drewno sosnowe, oraz tylko przetworzone elementy słomy żytniej, oznaczone odpowiednio jako $\mu_k = 0\%$ oraz $\mu_k = 100\%$.

Badania realizowano w dwóch etapach. W pierwszym, przeprowadzono testy jednoosiowego rozciągania i na tej podstawie wyznaczono wartość wytrzymałości na rozciąganie R_r . W drugim etapie przeprowadzono testy relaksacji naprężeń. Czas testu relaksacji określono eksperymentalnie na $t_n = 1,2 \cdot 10^4$ s. Czas zadawania impulsu do uzyskania wartości naprężenia początkowego σ_0 zawierał się w granicach $10\text{s} \div 20\text{s}$.

Do testów wykorzystano próbki wycięte z płyt zgodnie z zaleceniami normy PN – EN 326 – 1: 1999. Kształt próbek odpowiadał zaleceniom normy PN - 79/D - 04231. Jednoosiowe rozciąganie próbek wykonano na maszynie wytrzymałościowej Instron 5566 przy wykorzystaniu głowicy pomiarowej o zakresie 1 kN. Prędkość przemieszczania belki roboczej wynosiła $3,3 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Próbkę mocowano w uchwytach mechanicznych firmy Instron. Przebieg osiowego odkształcenia próbki rejestrowano przy pomocy ekstensometru.

W teście relaksacji naprężeń partię próbek obciążano do uzyskania naprężenia początkowego σ_0 odpowiednio na poziomie: 10%, 30%, 50%, 70%, 90% wytrzymałości na rozciąganie R_r . Wartości wskaźnika poziomu obciążenia p_σ , definiowano jako stosunek naprężenia σ_0 do wytrzymałości R_r zawierały się w granicach $0,1 \div 0,9$. Dla każdego poziomu obciążenia wstępnego oraz dla każdego rodzaju płyt wykonano co najmniej sześć powtórzeń a następnie wyznaczono uśredniony przebieg $\sigma_u(t)$. Tak uzyskany przebieg $\sigma_u(t)$ poddano matematycznej analizie z wykorzystaniem odpowiednich równań. Wyznaczono wartość współczynnika zmienności V [Krysicki i in. 2000].

Weryfikację przydatności poszczególnych modeli reologicznych dokonano na podstawie porównania zmienności wartości błędów aproksymacji Δ_σ uśrednionego przebiegu $\sigma_u(t)$ w funkcji czasu t realizacji testu relaksacji. Na tej podstawie określono minimalne przedziały czasowe Θ_{min} , powyżej których błędy aproksymacji Δ_σ nie przekraczały $\pm 5\%$.

Błąd aproksymacji Δ_σ wyznaczono według następującego wzoru:

$$\Delta_\sigma = \frac{\sigma_u(\Theta_n) - \sigma_i(\Theta_n)}{\sigma_u(\Theta_n)} \cdot 100\% \quad (1)$$

gdzie:

$\sigma_u(\Theta_n)$ – uśredniona wartość naprężenia w czasie t_n ; $\sigma_i(\Theta_n)$ – wartość naprężenia obliczono w przedziale czasowym Θ_n w oparciu o wartości parametrów konkretnego modelu, określone w przedziale Θ_i , przy czym $\Theta_n \geq \Theta_i$. Przedziały czasowe Θ_i zwiększano, poczynając od $\Theta_1 = 0 \div t_1$, $\Theta_2 = 0 \div t_2$ aż do wartości granicznych $\Theta_n = 0 \div t_n$.

Wartości błędu aproksymacji Δ_σ wyliczono dla każdego uśrednionego przebiegu $\sigma_u(t)$ oraz dla każdego przedziału Θ_i . Założono, że zmiany chwilowych wartości parametrów przyjętego modelu reologicznego wyznaczone w danym przedziale czasowym są liniowo zależne od wartości wskaźnika poziomu obciążenia p_σ . Stwierdzono, że dla przebiegów $\sigma_u(t)$ wyznaczonych przy obciążeniu zawierającym się w zakresie $p_\sigma = 0,1 \div 0,9$ minimalny czas trwania testów t_{\min} jest zdeterminowany średnią wartością błędu aproksymacji $\overline{\Delta_\sigma} \leq 5\%$.

Dla wyznaczonych przedziałów czasowych Θ_{\min} określono odpowiadające im wartości parametrów przyjętych modeli. Poprzez linearyzację uzyskano zapis matematyczny wpływu czasu testu t i poziomu zadanego obciążenia p_σ na intensywność relaksacji naprężeń, w postaci równania:

$$\sigma(t) = f(t, p_\sigma) \quad (2)$$

Do odwzorowania przebiegu relaksacji naprężeń przyjęto czteroparametrowy model Maxwella, oznaczony umownie jako M(4), przedstawiony w postaci zależności:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^2 a_{M_i} \cdot e^{-b_{M_i} t} \quad (3)$$

Analizowano również model Burgersa, oznaczony umownie jako B(4):

$$\sigma(t) = a_B \cdot e^{-b_B t} + c_B \cdot t + d_B \quad (4)$$

oraz jego modyfikacje w postaci równania Zenera, oznaczonego jako Z(3):

$$\sigma(t) = a_Z \cdot e^{-b_Z t} + d_Z \quad (5)$$

W przypadku drewna i materiałów drewnopochodnych należy oczekiwać, że przebieg relaksacji może znacznie odbiegać od modelowego, opisanego równaniami (3), (4), (5), [Czachor 2009]. Dlatego zaproponowano eksperymentalny model oznaczony jako E(3) i zapisany w postaci następującej zależności:

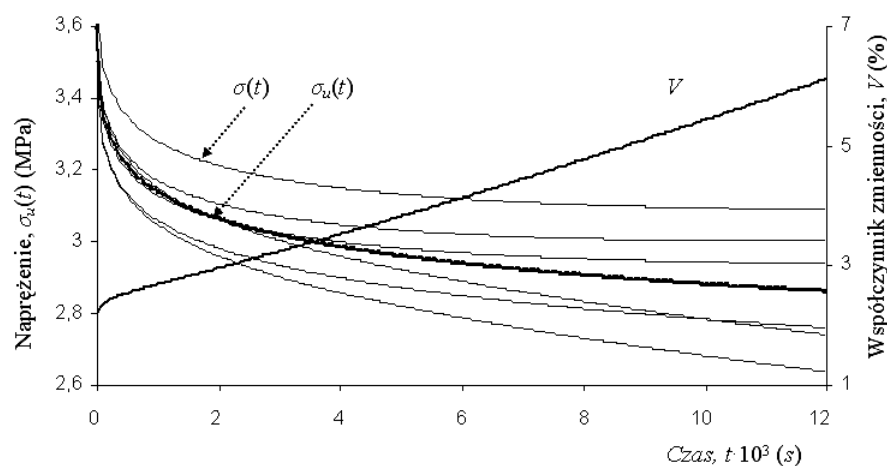
$$\sigma(t) = a_E \cdot (1 + b_E \cdot t^{c_E})^{-1} \quad (6)$$

Dla wszystkich analizowanych modeli oznaczono odpowiednio: $\sigma(t)$ – naprężenie, t – czas, a_T , b_T , c_T , d_T - współczynniki równań (3), (4), (5), (6).

Do wyznaczenia zmian wartości współczynnika zmienności V oraz do analizy dokładności matematycznego opisu zmian wartości $\sigma(t)$ wykorzystano pakiet statystyczny Statistica 8.

Wyniki badań

Charakterystyczne zestawienie zmian wartości naprężenia $\sigma(t)$ dla próbki zawierającej 0% komponentu słomy ($\mu_k = 0\%$) obciążonej na poziomie 50% R , przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Zmiany wartości naprężenia $\sigma_u(t)$ oraz współczynnika zmienności V w czasie t wyznaczone dla płyty zawierającej 0% komponentu słomy, obciążonej do poziomu $p_\sigma = 0,5$

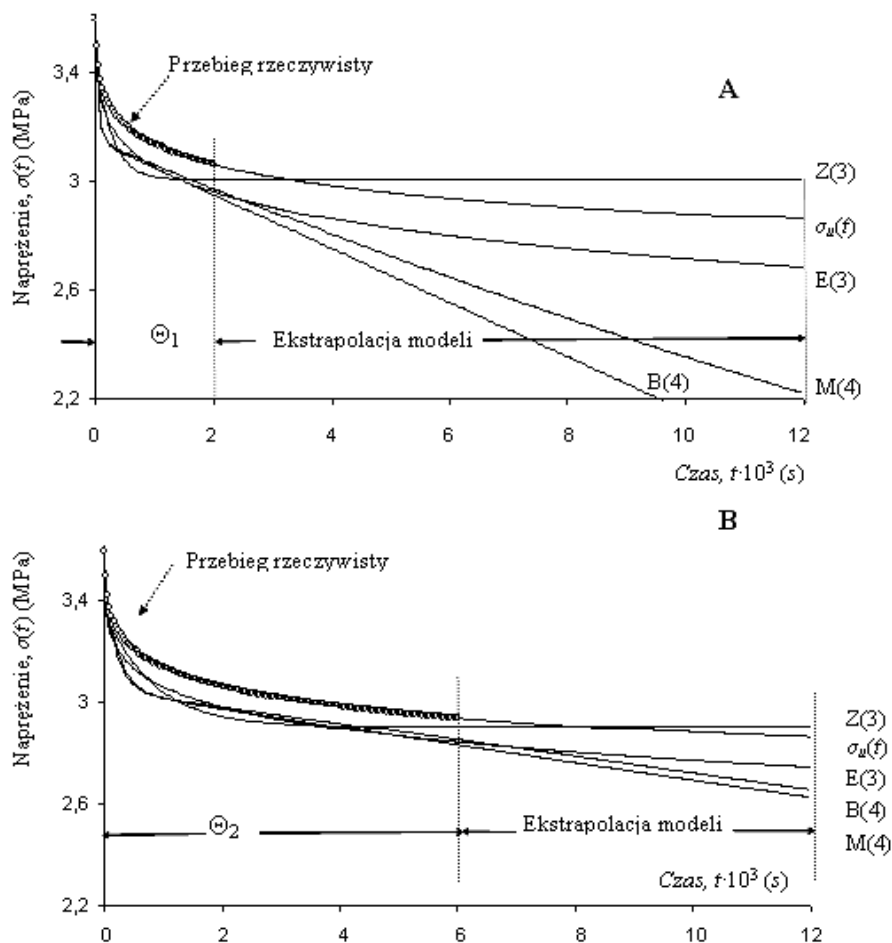
Fig. 1. Changes of stress $\sigma_u(t)$ and variability coefficient V in time t , specified for a fibreboard containing 0% of straw component, loaded to the level of $p_\sigma = 0.5$

Stwierdzono, że w odniesieniu do płyt pilśniowych zawierających 0% komponentu słomy wartości współczynnika V nie przekraczały 10%. Na tej podstawie można przyjąć, że uśrednione przebiegi zmian naprężenia $\sigma_u(t)$ dobrze reprezentują wyniki przeprowadzonych testów i są charakterystyczne dla badanych materiałów.

W przypadku wyników testów relaksacji naprężeń realizowanych dla płyt zawierających 100% komponentu słomy wartości współczynnika zmienności V zawierały się w granicach od 7% do 18%. Uśrednione przebiegi $\sigma_u(t)$ nieznacznie różniły się od odpowiadającym im przebiegom $\sigma_u(t)$ dla płyty zawierającej 0% komponentu słomy. Średnia wartość tej różnicy wyznaczona w czasie $t_n = 1,2 \cdot 10^4$ s wynosiła 2,3%.

Ustalono, że we wszystkich analizowanych przypadkach, tj. dla płyt zawierających 0% oraz 100% komponentu słomy występują zmiany wartości parametrów przyjętego modelu reologicznego, wynikające ze zmiany szerokości przedziałów czasowych Θ_i . Podobny wpływ wywiera również zmiana poziomu obciążenia. W konsekwencji zmiany szerokości przedziału Θ_i skutkują zmianami przebiegu zależności $\sigma(t)$, adekwatnie do przyjętego modelu reologicznego. Analogiczny efekt zaobserwowano w odniesieniu do przebiegu pełzania drewna bukowego [Czachor 2009].

Na rysunku 2 przedstawiono charakterystyczne zmiany aproksymowanych i ekstrapolowanych przebiegów $\sigma(t)$ wyznaczonych dla modeli oznaczonych jako Z(3), E(3), B(4), M(4) dla dwóch przedziałów czasowych: $\Theta_1 = 2 \cdot 10^3$ s oraz $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s. Dotyczy to płyty zawierającej 0% komponentu słomy, obciążonej na poziomie $p_\sigma = 0,5$. Wartości Θ_1 oraz Θ_2 ustalono jako minimalne przedziały czasowe trwania testów zapewniające ekstrapolowanie z błędem $\Delta_\sigma \leq 5$.



Rys. 2. Aproksymacja i ekstrapolacja zależności $\sigma_u(t)$ dla płyty zawierającej 0% komponentu słomy, obciążonej do poziomu $p_\sigma = 0,5$ w przedziałach czasowych: $\Theta_1 = 2 \cdot 10^3$ s (A) oraz $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s (B)

Fig. 2. Approximation and extrapolation of relation $\sigma_u(t)$ for a fibreboard containing 0% of straw component, loaded to the level of $p_\sigma = 0.5$ in the following time intervals: $\Theta_1 = 2 \cdot 10^3$ s (A) and $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s (B)

Na podstawie analizy rysunku 2 można wnioskować o wyraźnym wpływie szerokości przedziałów czasowych Θ_i na dokładności dopasowania ekstrapolowanych przebiegów do uśrednionego $\sigma_u(t)$. Dotyczy to szczególnie wieloparametrowych modeli Maxwella M(4) oraz Burgersa B(4), dla których zwiększenie szerokości przedziału Θ_i zasadniczo poprawia dokładność odwzorowania przebiegu rzeczywistego. Z tego powodu modele te cechują się

ograniczoną przydatnością do celów prognozowania, lepsze odwzorowania zapewniają modele Z(3) oraz E(3).

Zmienneści wartości współczynników a_T , b_T , c_T , d_T równań (3), (4), (5), (6) w funkcji poziomu obciążenia p_σ wyznaczone w przedziałach Θ_1 oraz Θ_2 przedstawiono w postaci równania liniowego:

$$\{a_T; b_T; c_T; d_T\} = \alpha_i \cdot p_\sigma + \beta_i \quad (7)$$

Wartości współczynników α_i , β_i wyznaczone dla przedziałów Θ_2 oraz dla płyt zawierających 0% oraz 100% komponentu słomy zestawiono w tabelach 1 oraz 2.

Tabela 1. Wartości współczynników α_i , β_i równania (7) wyznaczone dla analizowanych modeli i obliczone dla przedziału $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s

Table 1. Values of coefficients α_i , β_i in equation (7), determined for analysed models and computed for interval $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s

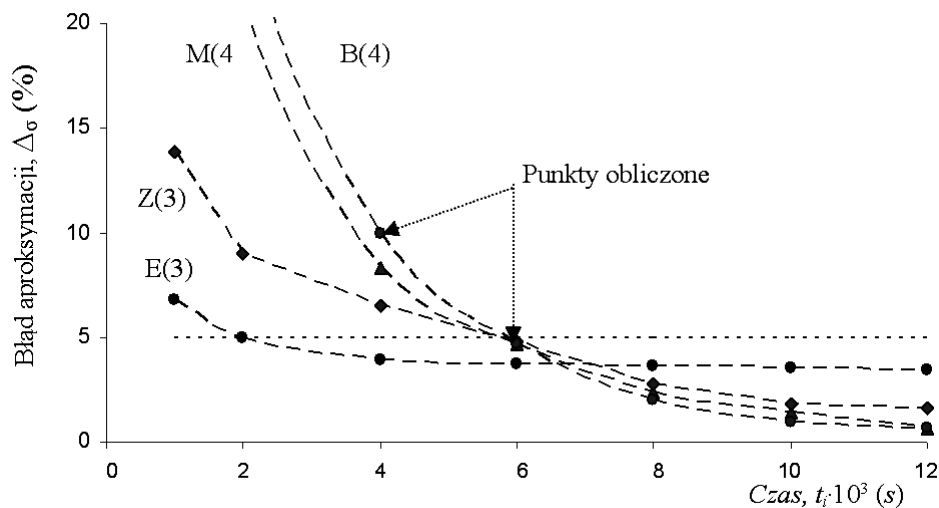
μ_k , %	Model	a_T		b_T		c_T		d_T	
		α_i	β_i	α_i	β_i	α_i	β_i	α_i	β_i
0	M(4)	1,074	$-9 \cdot 10^{-2}$	$7,2 \cdot 10^{-3}$	$9,9 \cdot 10^{-4}$				
		5,732	0,186	$-5,9 \cdot 10^{-6}$	$1,56 \cdot 10^{-5}$				
	B(4)	1,073	$-8,9 \cdot 10^{-2}$	$5,7 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$5,7 \cdot 10^{-5}$	$4,4 \cdot 10^{-6}$	5,73	0,185
	Z(3)	0,97	$-3,3 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$			5,51	0,149
	E(3)	7,41	$-3,7 \cdot 10^{-3}$	0,109	$-5,1 \cdot 10^{-3}$	-0,146	0,281		

Tabela 2. Wartości współczynników α_i , β_i równania (7) wyznaczone dla modelu E(3) i obliczone dla przedziałów Θ_i

Table 2. Values of coefficients α_i , β_i in equation (7), determined for model E(3) and computed for intervals Θ_i

μ_k , %	$\Theta_i \cdot 10^3$ s	a_T		b_T		c_T		$\overline{\Delta}_\sigma$
		α_i	β_i	α_i	β_i	α_i	β_i	%
0	2	7,41	$-3,74 \cdot 10^{-3}$	$8,78 \cdot 10^{-2}$	$-2,6 \cdot 10^{-3}$	-0,117	0,295	4,9
100	6	7,41	$-3,74 \cdot 10^{-3}$	0,117	$-8,21 \cdot 10^{-3}$	-0,131	0,272	5,1

Wykorzystując wartości współczynników α_i , β_i dla przyjętych wartości wskaźnika poziomu obciążenia p_σ obliczono wartości współczynników a_T , b_T , c_T , d_T równań (3), (4), (5), (6). Następnie obliczono wartości ekstrapolowanych przebiegów w przedziale $\Theta_n = 1,2 \cdot 10^4$ s. Dla każdego analizowanego modelu i dla każdego przedziału czasowego Θ_i obliczono średnią wartości błędu aproksymacji $\overline{\Delta}_\sigma$. Otrzymane wyniki dla płyty zawierającej 0% komponentu słomy zestawiono na rysunku 3.



Rys. 3. Zestawienie średnich wartości błędów aproksymacji $\overline{\Delta_\sigma}$ przyjętych modeli w funkcji czasu t_i , wyznaczonych dla płyty zawierającej 0% komponentu słomy

Fig. 3. The comparison of mean approximation error values $\overline{\Delta_\sigma}$ for selected models in function of time t_i , determined for fibreboard containing 0% of straw component.

Z analizy rysunku 3 wynika, że czteroparametrowe modele Maxwella M(4) oraz Burgersa B(4) w całym zakresie zmian poziomu obciążenia p_σ mają ograniczoną przydatność do celów prognozowania przebiegu $\sigma(t)$. W tym przypadku zapewnienie ekstrapolacji z błędem $\Delta_\sigma \leq 5\%$ wymaga przeprowadzenia testu relaksacji naprężeń trwającego, co najmniej 50% przedziału czasowego Θ_n , w którym dokonano ekstrapolacji. Znacznie lepszym dopasowaniem do $\sigma_i(t)$ cechują się ekstrapolowane przebiegi Z(3) oraz E(3). Szczególnie model eksperymentalny E(3) zapewnia ekstrapolowanie z błędem $\Delta_\sigma \leq 5\%$ już przy $\Theta_I = 2 \cdot 10^3$ s, czyli przy 17% czasu t_n . Powyżej $4 \cdot 10^4$ s. następuje stabilizacja średniej wartości błędu aproksymacji Δ_σ na poziomie 4%, co pozwala przypuszczać, że w przedziałach czasowych o rząd wykraczających poza czas testu możliwa jest dokładna ekstrapolacja zmian $\sigma(t)$. Analiza rozkładu średniej wartości błędu aproksymacji Δ_σ w funkcji szerokości przedziału czasowego Θ_I dokonana dla płyt zawierających 100% komponentu słomy ($\mu_k = 100\%$) wskazała na ograniczoną przydatność modeli M(4), B(4), Z(3) ponieważ w całym zakresie $\Theta_I = 0 \div \Theta_n$ średnia wartość błędu aproksymacji Δ_σ znacznie przekracza 5%. Tylko dla modelu E(3) wartość błędu Δ_σ była na poziomie 5% i w miarę zwiększania szerokości przedziału Θ_I nieznacznie się obniżała.

Podsumowanie

Dla płyt zawierających 0% oraz 100% komponentu słomy wpływ czasu testu relaksacji realizowanego w przedziale $t_n = 0 \div 12 \cdot 10^3$ s oraz poziomu obciążenia p_σ zawierającego się w przedziale od 0,1 do 0,9 wartości wytrzymałości R_t można zapisać następującymi równaniami:

$$\sigma(t) = (7,4 \cdot p_\sigma - 3,7 \cdot 10^{-3}) \cdot [1 + (8,8 \cdot 10^{-2} \cdot p_\sigma - 2,6 \cdot 10^{-3}) \cdot t^{(-0,12 \cdot p_\sigma + 0,29)}]^{-1} \quad (8)$$

$$\sigma(t) = (7,4 \cdot p_\sigma - 3,7 \cdot 10^{-3}) \cdot [1 + (0,12 \cdot p_\sigma - 8,2 \cdot 10^{-3}) \cdot t^{(-0,13 \cdot p_\sigma + 0,27)}]^{-1} \quad (9)$$

Prognozowanie zmian $\sigma(t)$ w przedziale czasowym $\Theta_n = 12 \cdot 10^3$ s dokonywane z dokładnością $\Delta_\sigma \leq 5\%$ wymaga realizacji testu relaksacji naprężeń w przedziałach czasowych $\Theta_1 = 2 \cdot 10^3$ s oraz $\Theta_2 = 6 \cdot 10^3$ s. odpowiednio przy wykorzystaniu równań (8) i (9).

Bibliografia

- Bengtsson C.** 2001. Mechano-sorptive bending creep of timber – influence of material parameters. Holz als Roh und Werkstoff, 59. pp. 229-236.
- Clorius C. O., Pedersen M. U., Hoffmeyer P., Damkilde L.** 2000. Compressive fatigue in wood. Wood Science and Technology, 34. pp. 21-37.
- Czachor G.** 2009. Modelowanie przebiegu pelzanie drewna buka. Weryfikacja przydatności modeli reologicznych. Acta Agrophysica 13(3). s.615-626.
- Danecki L.** 2006. Możliwości wykorzystania słomy w produkcji płyt pilśniowych. Biuletyn Informacyjny OBRPPD 1-2.
- Gonet B.** 1991. Reologiczne właściwości drewna. Przemysł Drzewny. Nr 3. s. 3-5.
- Krysicki W. i in.** 2000. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach. Cz. II Statystyka matematyczna. PWN. Warszawa. ISBN 83-01-11384-7.
- Mukudai J., Yata S., 1986. Modeling and simulation of viscoelastic behaviour (tensile strain) of wood under moisture change. Wood Sci. Technol. 20. pp. 335-348.
- PN – EN 622-2. Płyty pilśniowe. Wymagania techniczne. Cz.2. Wymagania dla płyt pilśniowych twardych.
- PN – EN 326 – 1: 1999. Płyty drewnopochodne. Pobieranie próbek, wycinanie i kontrola.
- PN – 79/D - 04231. Płyty pilśniowe. Oznaczenie wytrzymałości na rozciąganie w kierunku równoległym do płaszczyzny płyty.

MODELS OF STRESS RELAXATION IN FIBREBOARDS CONTAINING STRAW COMPONENT

Abstract. The paper presents the method and results of verification concerning usability of rheological models to predict reduction value for stress generated in the tested fibreboard material. The research showed the impact of straw addition on parameter values in employed rheological models. It has been shown that standard models of Maxwell, Burgers, Zener, and experimental model may be used to predict progress of stress relaxation in fibreboards containing 0% of straw component. The researchers have stated that experimental model is useful in case of fibreboards containing 100% of straw component.

Key words: fibreboards, straw, stress relaxation

Adres do korespondencji:

Gabriel Czachor; e-mail: gabriel.czachor@up.wroc.pl
Instytut Inżynierii Rolniczej
Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu
ul. Chelmińskiego 37/41
51-630 Wrocław