

## OPTYMALNE STEROWANIE TEMPERATURĄ I STĘŻENIEM DWUTLENKU WĘGLA W WYBRANYM PROCESIE KLIMATYCZNYM SZKLARNI

Anna Stankiewicz

*Katedra Podstaw Techniki, Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie*

**Streszczenie.** W pracy rozważa się zadanie równoczesnego sterowania temperaturą powietrza i stężeniem dwutlenku węgla wewnątrz szklarni dla wybranego, znanego w literaturze, systemu klimatycznego szklarni. Sterowanie realizowane jest w systemie sterowania typu *feedback-feedforward*, który pozwala w torze sprzężenia „wprzód” skutecznie i szybko kompensować skutki szybkozmiennych deterministycznych zakłóceń, a w torze sprzężenia zwrotnego od stanu procesu zapewnia szybkie zanikanie błędu sterowania. Macierz regulatora dobrano optymalnie w sensie całkowego wskaźnika kwadratowego z mnożnikiem czasowym. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych z wykorzystaniem programu Matlab/Simulink dowodzą skuteczności zastosowanej struktury i algorytmu sterowania.

**Słowa kluczowe:** sterowanie, klimat, szklarnia, model matematyczny, sprzężenie zwrotne, sprzężenie „wprzód”

### Wprowadzenie

Wolnozmiennie procesy biologiczne i relatywnie szybkozmiennie procesy fizykochemiczne rządzące klimatem i wzrostem uprawy w szklarni są bardzo złożone. Skuteczne sterowanie klimatem i wzrostem uprawy w szklarni wymaga więc stosowania odpowiednich struktur i algorytmów. Stosowane dotychczas regulatory PI/PID, bardzo często strojone manualnie, dziś zastępują zaawansowane, bazujące na modelu matematycznym sterowanego procesu, struktury i algorytmy sterowania optymalnego wykorzystujące na bieżąco zarówno pomiary zmiennych stanu procesu, jak i części zakłóceń (stężenie CO<sub>2</sub>, temperatura, prędkość wiatru, wilgotność względna powietrza na zewnątrz szklarni). W pracy rozważa się zadanie równoczesnego sterowania stężeniem CO<sub>2</sub> i temperaturą wewnątrz szklarni.

W pracy [Stankiewicz 2009a] dla zadania stabilizacji stanu procesu przy odcinkami stałych wartościach zadanych współrzędnych stanu zaproponowano system sterowania klimatem wykorzystujący sprzężenie „wprzód” od mierzonych zakłóceń oraz sprzężenie zwrotne od stanu procesu. Macierz regulatora dobrano optymalnie w sensie całkowego wskaźnika kwadratowego z mnożnikiem czasowym - zapewnia to szybkie zanikanie błędu sterowania. W pracy zilustrujemy skuteczność tej koncepcji sterowania dla przykładowego, zaczerpniętego z literatury procesu klimatycznego uprawy sałaty w szklarni.

### Układ sterowania feedback-feedforward klimatem szklarni

W pracy [Stankiewicz 2009a] rozwiązano zadanie stabilizacji współrzędnych stanu procesu klimatycznego szklarni: temperatury powietrza  $X_T$  i stężenia dwutlenku węgla  $X_C$  wewnątrz szklarni przy odcinkami stałych wartościach zadanych  $X_T^*$  i  $X_C^*$ . Bazując na liniowym stacjonarnym modelu procesu klimatycznego

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u + C \Delta v + E \Delta z, \quad (1)$$

gdzie  $\Delta x = x - x_o$ ,  $\Delta u = u - u_o$ ,  $\Delta v = v - v_o$  i  $\Delta z = z - z_o$  są przyrostami wektorów stanu procesu, sterowań, zakłóceń mierzalnych i zakłóceń nie mierzonych

$$x = [X_T \quad X_C]^T, \quad u = [U_T \quad U_C \quad U_v]^T, \quad v = [V_T \quad V_C]^T, \quad z = [V_{rad} \quad X_d]^T \quad (2)$$

w otoczeniu punktu pracy  $x_o$ ,  $u_o$ ,  $v_o$  i  $z_o$ , zaproponowano system sterowania wykorzystujący w torze sprzężenia „wprzód” pomiary temperatury  $V_T$  oraz stężenia dwutlenku węgla  $V_C$  na zewnątrz szklarni. Zmiennymi sterującymi są: temperatura systemu ogrzewania  $U_T$ , prędkość dozowania dwutlenku węgla  $U_C$  i prędkość przepływu powietrza przez otwory wentylacyjne  $U_v$ . Strukturę systemu przedstawia rysunek 2 w pracy [Stankiewicz 2009a]. Sterowanie  $u$  jest sumą

$$u = u^* + u_p. \quad (3)$$

składowej  $u^*$ , danej zgodnie ze wzorem (15) w [Stankiewicz 2009a], formułą

$$u^* = -B^T [BB^T]^{-1} Ax^* - B^T [BB^T]^{-1} Cv + \bar{u}_o, \quad (4)$$

gdzie  $x^* = [X_T^* \quad X_C^*]^T$ , a składowa stała  $\bar{u}_o = B^T [BB^T]^{-1} Ax_o + B^T [BB^T]^{-1} Cv_o + u_o$  oraz składowej przejściowej generowanej przez sprzężenie zwrotne od błędu sterowania  $e = x - x^*$

$$u_p = Fe. \quad (5)$$

Dwie pierwsze składowe sterowania (4) generowane są przez statyczne sprzężenie od  $x^*$  i  $v$ . Macierz statycznego sprzężenia zwrotnego  $F$  dobiera się optymalnie w sensie wskaźnika

$$J = E \int_0^{\infty} (tx^T D^T D x + u^T R u) dt, \quad (6)$$

gdzie  $Q = Q^T \geq 0$  i  $R = R^T > 0$  są symetrycznymi macierzami, odpowiednio,  $2 \times 2$  i  $3 \times 3$  wymiarowymi, którego pierwszy składnik dzięki zastosowaniu mnożnika  $t$  wymu-

szą szybkie zanikanie błędu  $J = E \int_0^{\infty} (tx^T D^T Dx + u^T Ru) dt$  do zera. Przy łatwych do spełnienia założeniach macierz sprzężenia zwrotnego  $F$  minimalizująca wskaźnik  $J = E \int_0^{\infty} (tx^T D^T Dx + u^T Ru) dt$  istnieje (por. Twierdzenie 1 [Stankiewicz 2009a]).

### Przykładowy system klimatyczny

Rozważmy proces uprawy sałaty opisany szczegółowo w pracach [van Henten 1994; van Hentena i Bontsema 2009]. Przyjmując parametry fizyko-chemiczne procesów podane w dodatku B w pracy [Stankiewicz 2009a] na podstawie równań (1)-(3) z pracy [Stankiewicz 2009a] otrzymujemy następujący opis dynamiki procesów zachodzących w szklarni.

Podsystem 1. Temperatura:

$$\frac{dX_T}{dt} = \frac{5}{30000} (U_T - X_T) + \left( \frac{1290}{30000} U_v + \frac{6}{30000} \right) (V_T - X_T) + \frac{0.2}{30000} V_{rad} \quad (7)$$

Podsystem 2. Stężenie CO<sub>2</sub>:

$$\begin{aligned} \frac{dX_C}{dt} = & \frac{1}{4.1} [4.87 \cdot 10^{-7} X_d 2^{(0.1X_T-2.5)} + U_C - (U_v + 0.75 \cdot 10^{-4})(X_C - V_C)] \\ & - \frac{1}{4.1} (1 - e^{-53X_d}) \frac{3.55 \cdot 10^{-9} V_{rad} (-5.11 \cdot 10^{-2} X_T^2 + 2.30 X_T - 6.29)(X_C - 5.2 \cdot 10^{-5})}{3.55 \cdot 10^{-5} V_{rad} + (-5.11 \cdot 10^{-2} X_T^2 + 2.30 X_T - 6.29)(X_C - 5.2 \cdot 10^{-5})} \end{aligned} \quad (8)$$

Podsystem 3. Uprawa:

$$\begin{aligned} \frac{dX_d}{dt} = & -2.65 \cdot 10^{-7} X_d 2^{(0.1X_T-2.5)} \\ & + 0.544 (1 - e^{-53X_d}) \frac{3.55 \cdot 10^{-9} V_{rad} (-5.11 \cdot 10^{-2} X_T^2 + 2.30 X_T - 6.29)(X_C - 5.2 \cdot 10^{-5})}{3.55 \cdot 10^{-5} V_{rad} + (-5.11 \cdot 10^{-2} X_T^2 + 2.30 X_T - 6.29)(X_C - 5.2 \cdot 10^{-5})} \end{aligned} \quad (9)$$

System opisany równaniami (7)-(9) zamodelowano w programie Matlab/Simulink, schemat układu przedstawia rysunek 1. Na rysunku 2 przedstawiono przykładowy model podsystemu 1.

### Model liniowy w przestrzeni stanów

Przyjmijmy następujące współrzędne punktu pracy:  $X_{T,o} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $X_{C,o} = 0.0012 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $U_{T,o} = 41.776 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $U_{C,o} = 7.56556 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $U_{v,o} = 0.012 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_{T,o} = 14 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $V_{C,o}(t) = 0.0006 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $V_{rad,o} = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  i  $X_{d,o} = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$ . Macierze liniowego modelu wyznaczonego w tym punkcie pracy są na podstawie wzorów (7), (8) i (A.1)-(A.5) z pracy [Stankiewicz 2009a] następujące:

$$A = \begin{bmatrix} -8.827 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 4.458 \cdot 10^{-10} & -2.954 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1.667 \cdot 10^{-4} & 0 & -0.258 \\ 0 & 0.244 & -1.463 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 7.16 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 2.945 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 6.667 \cdot 10^{-6} & 0 \\ -6.397 \cdot 10^{-10} & 8.379 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix}$$

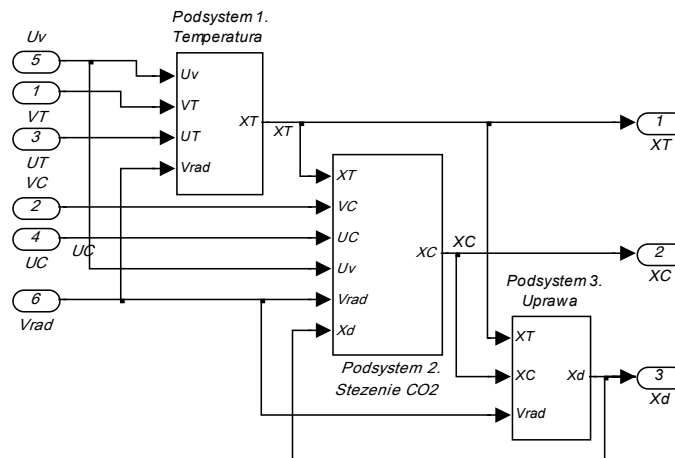
### Wskaźnik jakości

Przyjmujemy następujące macierze wagowe wskaźnika

$$J = E \int_0^{\infty} (tx^T D^T D x + u^T R u) dt \quad (6)$$

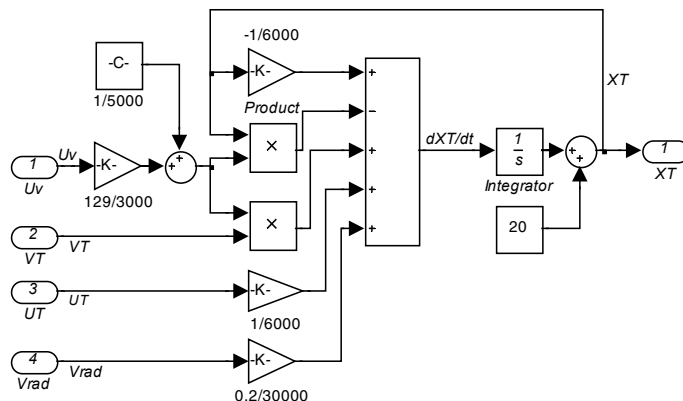
$$R = \text{diag}\{1 \cdot 10^{-9}, 1.666 \cdot 10^3, 0.03\}, \quad Q = \begin{bmatrix} 2.5 \cdot 10^{-9} & 4.55 \cdot 10^{-4} \\ 4.55 \cdot 10^{-4} & 920 \end{bmatrix},$$

a także założymy, że macierz kowariancji warunku początkowego  $\Phi = \text{diag}\{4, 10^{-8}\}$ . Przebiegi wartości zadanych w czasie 12 godzin przedstawiono na rysunku 5. Założono, że na układ działają szybkozmienne zakłócenia: temperatury, stężenia dwutlenku węgla i nasłonecznienia na zewnątrz szklarni. Ich przebiegi przedstawia rysunek 3.



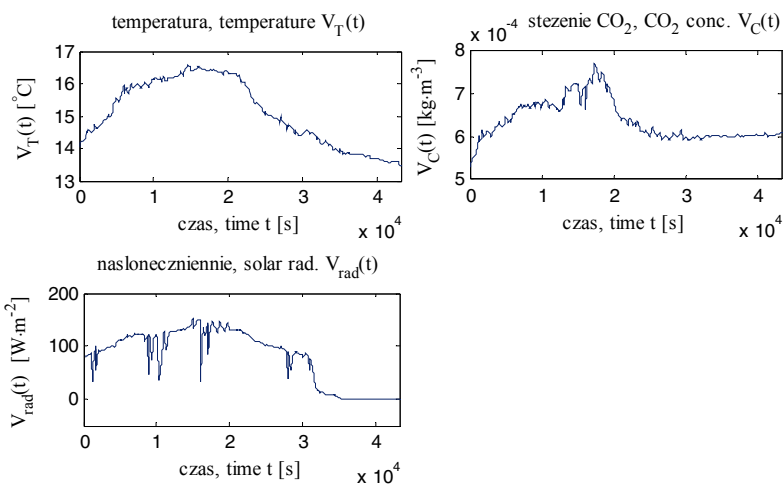
Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 1. System klimat i uprawa w szklarni zamodelowany w programie Matlab/Simulink  
 Fig. 1. Matlab/Simulink model of the greenhouse climate and crop production processes system



Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 2. Podsystem 1 temperatura w szklarni zamodelowany w programie Matlab/Simulink  
 Fig. 2. Matlab/Simulink module for the temperature subsystem 1



Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 3. Zakłócenia: temperatury, stężenia dwutlenku węgla i radiacji na zewnątrz szklarni  
 Fig. 3. Disturbances of temperature, CO<sub>2</sub> concentration and solar radiation outside the greenhouse

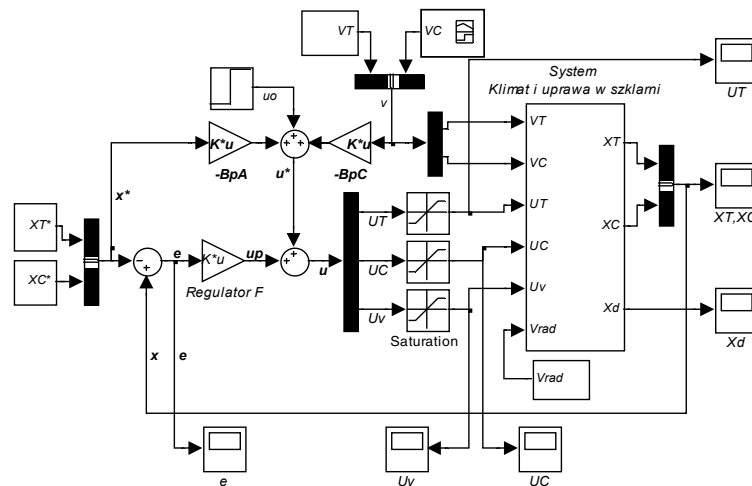
### Sterowanie optymalne

W pracy [Stankiewicz 1994] zaproponowano, a w pracy [Stankiewicz 1995] rozwinięto globalnie zbieżny algorytm numeryczny wyznaczania optymalnej macierzy sprzężenia zwrotnego, który wymaga w kolejnych iteracjach tylko rozwiązania liniowych i nieliniowych

wych równań algebraicznych. Schemat ten zaimplementowano w programie Matlab i w rozpatrywanym przykładzie wyznaczono macierz optymalnego sprzężenia zwrotnego:

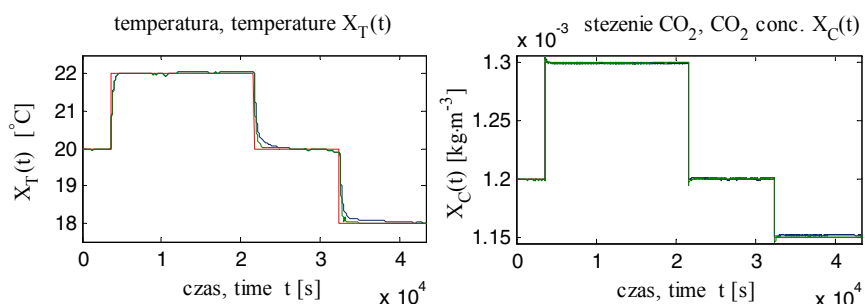
$$F^* = \begin{bmatrix} -17.968 & 2.076 \cdot 10^4 \\ -1.43 \cdot 10^{-6} & -1.074 \\ 2.502 \cdot 10^{-3} & -1.049 \end{bmatrix}.$$

Na rysunku 4 przedstawiono układ sterowania zamodelowany zgodnie z równaniami (3)-(5). w programie Matlab/Simulink (por. też rysunek 2 w pracy [Stankiewicz 2009a]). Dodatkowo wprowadzono tu dla trzech zmiennych sterujących elementy ograniczające (blok *Saturation*), dzięki którym sygnały sterujące przyjmują wartości dopuszczalne:  $0 \leq U_T \leq 90^\circ C$ ,  $0 \leq U_c \leq 1 \cdot 10^{-5} kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$  i  $0 \leq U_v \leq 0.015 m \cdot s^{-1}$  (por. [van Henten 1994; Stankiewicz 2009b]). Sterowanie realizowane w układzie z elementami ograniczającymi jest oczywiście tylko suboptymalne w sensie wskaźnika  $J$ . Sterowanie optymalne realizowane jest w układzie bez ograniczników. Przebiegi zmiennych stanu klimatu i odpowiednich wartości zadanych uzyskane dla  $F^*$  i zakłóceń z rysunku 3 w układzie sterowania z ogranicznikami i bez ilustruje rysunek 5; na rysunku 6 przedstawiono przebiegi sygnałów sterujących dla systemu sterowania z rysunku 4. W tabeli 1 zestawiono czas sterowania oraz przeregulowanie w układach stabilizacji temperatury o stężenia CO<sub>2</sub> z elementami ograniczającymi i bez; czas regulacji dla zmiennej  $X_T$  wyznaczono z dokładnością do  $0.1^\circ C$ , dla zmiennej  $X_c$  z dokładnością do  $0.00001 kg \cdot m^{-3}$ .



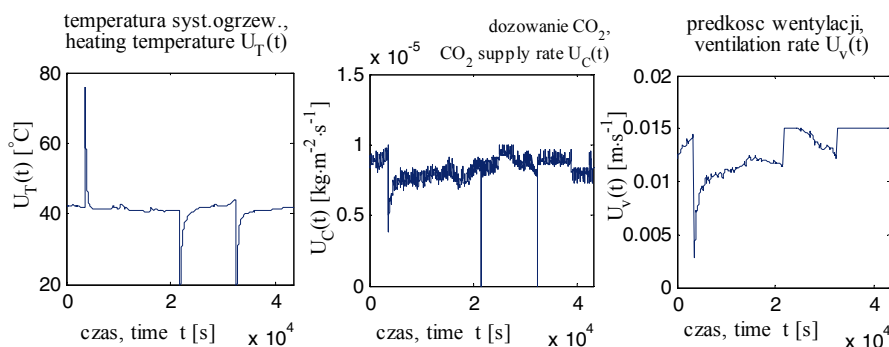
Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 4. Układ sterowania feedback-feedforward procesem klimatycznym szklarni zamodelowany w programie Matlab/Simulink  
 Fig. 4. Matlab/Simulink model of the feedback-feedforward control system for greenhouse climate process



Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 5. Zmienne stanu: temperatura i stężenie CO<sub>2</sub> w układzie sterowania z ogranicznikami (linia niebieska) i bez (linia zielona) oraz ich wartości zadane (linia czerwona)  
 Fig. 5. The state variables: greenhouse air temperature and carbon dioxide concentration for control system with saturating actuators (blue line), system without saturating actuators (green line) and the set points (red line)



Źródło: opracowanie własne autorki

Rys. 6. Sygnały sterujące dla sterowania optymalnego w układzie sterowania z ogranicznikami  
 Fig. 6. The control signals for optimal control system with saturating actuators

## Podsumowanie

Na znanym w literaturze przykładzie procesu klimatycznego szklarni pokazano skuteczność zaproponowanego systemu sterowania temperaturą i stężeniem CO<sub>2</sub> w szklarni. Zastosowana struktura układu *feedback-feedforward*, dzięki statycznemu sprzężeniu „wprzód” od szybkozmiennych deterministycznych zakłóceń zapewnia ich skuteczną kompensację. W torze sprzężenia zwrotnego zastosowano scentralizowany regulator o własno-

ściach statycznych, jego macierz dobrano optymalnie w sensie wskaźnika z mnożnikiem czasowym, co zapewniło szybkie (a nawet rewelacyjnie szybkie w przypadku sterowania stężeniem dwutlenku węgla) zanikanie błędu sterowania. Zastosowana struktura sterowania nie wymaga ani destabilizującego i spowalniającego układ całkowania regulatora PI, ani zmniejszającego odporność układu na szybkozmienne zakłócenia różniczkowania regulatora PD.

Tabela 1. Ocena jakości sterowania w układzie z elementami ograniczającymi (kolumna A) i bez ograniczników (kolumna B) (źródło: obliczenia własne autorki)

Table 1. The control quality for the system with saturating actuators (column A) and without saturating actuators (column B)

Stabilizacja temperatury w szklarni				
Wartość zadana	Czas sterowania [s]		Przeregulowanie [%]	
	A	B	A	B
22°C	699.45	668.19	2.8	1.41
20°C	2036.03	773.39	2.58	0.25
18°C	1868.59	486.16	0.19	0.00032
Stężenie dwutlenku węgla				
0.0013 kg·m <sup>-3</sup>	308.87	7.84	3.83	4.73
0.0012 kg·m <sup>-3</sup>	39.50	7.92	0.17	4.87
0.00115 kg·m <sup>-3</sup>	19.63	4.51	0	5.39

Źródło: obliczenia własne

## Bibliografia

- Henten E.J. van**, 1994. Greenhouse climate management: an optimal control approach. Ph. D. Thesis, Institute of Agricultural and Environmental Engineering, Landbouwniversiteit te Wageningen, The Netherlands.
- Henten E.J. van, Bontsema J.** 2009. Time-scale decomposition of an optimal control problem in greenhouse climate management. *Control Engineering Practice*. Vol. 17, s. 88–96.
- Stankiewicz A.** 1994. Numerical Algorithm for the Optimal Output Feedback Design using Time-Multiplied Performance Index. *Proceedings of the 2nd Biennial European Joint Conference on Engineering Systems Design and Analysis 1994*, London. Vol. 64-6, s. 85-90.
- Stankiewicz A.** 1995. On the optimal output feedback design using time-multiplied performance index. *Proc. Second International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, Miedzyzdroje 1995*. s. 139-144.
- Stankiewicz A.** 2009a. O optymalnym sterowaniu temperaturą i stężeniem dwutlenku węgla w szklarni. *Inżynieria Rolnicza* 8(117). s. 189-198.
- Stankiewicz A.** 2009b. O optymalnym sterowaniu klimatem w szklarni. *Acta Scientiarum Polonorum, Seria Technica Agraria* (oddano do druku).



## **OPTIMAL CONTROL OF TEMPERATURE AND CARBON DIOXIDE CONCENTRATION IN SELECTED GREENHOUSE CLIMATE PROCESS**

**Abstract.** The control of the temperature and carbon dioxide concentration inside the greenhouse is an important tool to control crop growth both in a qualitative as well as in a quantitative sense in view of the horticultural practice of modern greenhouses. The simulation experiments were conducted for simultaneous control of the temperature and carbon dioxide concentration for the known in the literature example of the production of a lettuce crop by the use of the Simulink toolbox of Matlab. The effectiveness of the model based feedback-feedforward control system is demonstrated for the state variables stabilization on piecewise constant user-desired or computed by the upper optimization level set-points.

**Key words:** greenhouse climate control, feedback control, feedforward control, time-multiplied performance index

**Adres do korespondencji:**

Anna Stankiewicz; e-mail: [anna.stankiewicz@up.lublin.pl](mailto:anna.stankiewicz@up.lublin.pl)

Katedra Podstaw Techniki

Uniwersytet Przyrodniczy w Lublinie

ul. Doświadczalna 50A

20-280 Lublin