

ADAPTACJA FUNKCJI KWADRATOWEJ DO OPISU ZMIAN JAKOŚCI MIESZANKI ZIARNISTEJ

Dominika Matuszek, Marek Tukiendorf

Katedra Techniki Rolniczej i Leśnej, Politechnika Opolska

Streszczenie: Autorzy dokonali opisu zmian jakości dwuskładnikowych niejednorodnych mieszanek ziarnistych podczas mieszania systemem funnel flow z zastosowaniem wkładek wspomagających. Modelowanie zmian wariancji rozkładu trasera (wyznacznik jakości) przeprowadzono w oparciu o dwa parametry: stosunek gęstości mieszanych komponentów (przy czym: $\rho_1/\rho_2 > \text{od jedno}\ddot{z}\text{ci}$, $< \text{od jedno}\ddot{z}\text{ci}$ i równy jeden) oraz średnica wkładki daszkowej (przy czym $d_1=120$ mm, $d_2=150$ mm, $d_3=180$ mm). Zależność dwuwymiarową stanowił wzór funkcji kwadratowej. Modelowanie wykonano w oparciu o analizę regresji nieliniowej. Model dwuwymiarowy dobrze odzwierciedlał zmianę danych empirycznych.

Słowa kluczowe: materiały ziarniste, system funnel flow, modelowanie statystyczne

Wstęp

Wiedza inżynierska bazuje na znajomości praw rządzących procesem i na możliwości wyrażania tych praw za pomocą odpowiedniego opisu matematycznego. Prowadzenie badań w skali przemysłowej jest niezwykle trudne i kosztowne. Z powodu złożoności procesów empirycznych badania laboratoryjne są w stanie przybliżyć charakter procesu w warunkach przemysłowych i wyjaśnić najważniejsze własności zjawiska [Lewicki i inni 1999, Tukiendorf 2003b].

W zależności od sposobów mieszania i rodzaju mieszanych komponentów, przebieg procesu może wykazywać cechy różnych modeli. Złożoność zjawiska prowadzi do konieczności indywidualnego rozpatrywania konkretnych przypadków mieszania i poszukiwania innowacyjnych metod modelowania [Tukiendorf 2003a].

Podstawowe modele mieszania materiałów ziarnistych to: kinetyczny, dyfuzyjny i stochastyczny. Ze względu na losowy charakter procesu mieszania ciał stałych, model stochastyczny w postaci łańcucha Markowa i procesu Markowa zyskał najwięcej zwolenników. Tukiendorf przedstawił przydatność sieci neuronowych do opisu zmian jakościowych układu ziarnistego mieszanego metodą wysypu normalnego oraz w urządzeniu statycznym [Tukiendorf 2003a; Matuszek, Tukiendorf 2005].

Obserwacja konkretnego zjawiska niejednokrotnie pozwala, na zastosowanie istniejących w fizyce i matematyce zależności. W badaniu procesu mieszania paszy dla gołębi w mieszalniku pionowym z mieszałem ślimakowym zauważono, iż przebieg procesu w czasie przypomina funkcję harmoniczną z tłumieniem [Królczyk, Tukiendorf 2006]. W mieszaniu niejednorodnych układów ziarnistych systemem funnel-flow zastosowano

matematyczny dwuwymiarowy model mieszania – funkcję eksponentialną [Tukiendorf 2003c,d].

Modelowanie opiera się na wielu zależnościach statystycznych, których wykorzystanie w łatwy sposób doprowadza do uzyskania parametrów estymacji danego zjawiska. Autorzy w niniejszej pracy zaproponowali użycie regresji nieliniowej do opisu zmian jakości mieszanki ziarnistej w czasie mieszania metodą przesypu z zastosowaniem wkładek systemu Roof Shaped Insert.

Cel badań

Celem badań była analiza przebiegu procesu mieszania metodą przesypu dwuskładnikowych niejednorodnych układów ziarnistych przy zmianie parametrów konstrukcyjnych mieszalnika oraz statystyczny opis zmian jakości mieszaniny w ujęciu dwuwymiarowym.

Metodyka badań

Materiał oraz elementy metodyki badań podzielono na kilka etapów, które przedstawiały się następująco:

1. Urządzenie mieszające – laboratoryjny mieszalnik do systemu funnel-flow (rys. 1). Mieszanie prowadzono na drodze kolejnych dziesięciu przesypów.



Rys. 1. Stanowisko badawcze - mieszalnik do systemu funnel flow
Fig. 1. Test stand - mixer for the funnel flow system

2. Materiał poddawany mieszaniu - dwuskładnikowe niejednorodne układy ziarniste o stałym stosunku średnic ziaren $d_1/d_2=1,6$ i różnych gęstościach $\rho_1/\rho_2=0,7; 1,0; 2,1$. Dwie grupy składające się z trzech układów ziarnistych: A – traser posiadał średnicę mniejszą od średnicy składnika rozpraszającego, B – traser stanowił składnik o większej średnicy. Stosunek objętościowy składników 1:9.
3. Zmiana parametrów konstrukcyjnych mieszalnika – montaż, wewnątrz mieszalnika, elementów wspomagających systemu Roof Shaped Insert o jednakowym kącie rozwarcia $\alpha=110^\circ$ i różnych średnicach podstawy $d_1=120\text{mm}$, $d_2=150\text{mm}$, $d_3=180\text{mm}$.
4. Ocena zmian jakości mieszanki ziarnistej – komputerowa akwizycja obrazu.
5. Parametr jakości mieszaniny – wariancja rozkładu traseru na powierzchni wybranych przekrojów poprzecznych mieszalnika.

Poszczególne etapy metodyki badań wraz z parametrami urządzenia mieszającego opisano szczegółowo w poszczególnych pracach autorów [Matuszek, Tukiendorf 2006, 2007a,b].

Modelowanie statystyczne

Model dwuwymiarowy stanowiły: zmienna zależna jednowymiarowa i dwie zmienne niezależne. Zależność wariancji rozkładu traseru od stosunku gęstości mieszanych materiałów (ρ_1/ρ_2) i zastosowanej wkładki przy stałym stosunku średnic (d_1/d_2).

$$z=f(x,y) \quad (1)$$

gdzie:

- z – wariancja rozkładu traseru,
- x – stosunek gęstości mieszanych komponentów,
- y – średnica zastosowanej wkładki RSI.

Zauważono, iż rozrzut danych empirycznych przypomina przebieg zależności funkcji kwadratowej, której wzór dla badanych przypadków przedstawiał się następująco:

$$z = ax^2 + bx + c + dxy + ey^2 + fy + g \quad (2)$$

gdzie:

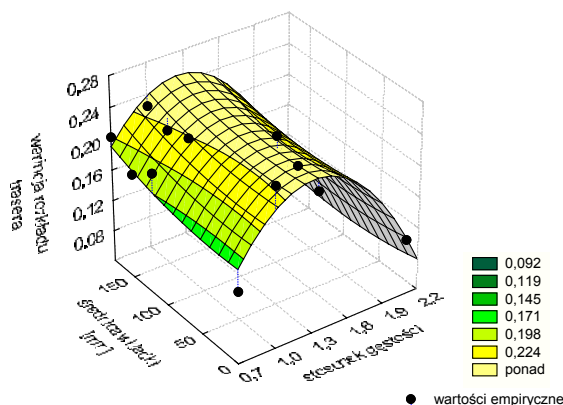
- z – wariancja rozkładu traseru,
- x – stosunek gęstości składników ziarnistych,
- y – średnica wkładki daszkowej,
- a, b, c, d, e, f, g – współczynniki regresji kwadratowej.

Wyniki modelowania statystycznego

Interpretację graficzną dopasowania danych teoretycznych do empirycznych przedstawiono na przykładowo wybranych wykresach (rys. 2 i 3 dla grupy A, rys. 4 i 5 dla grupy B).

$$z = -0,1989x^2 + 0,5197x - 0,0527 - 0,0001xy + 0,0000012y^2 + 0,00004y - 0,0527$$

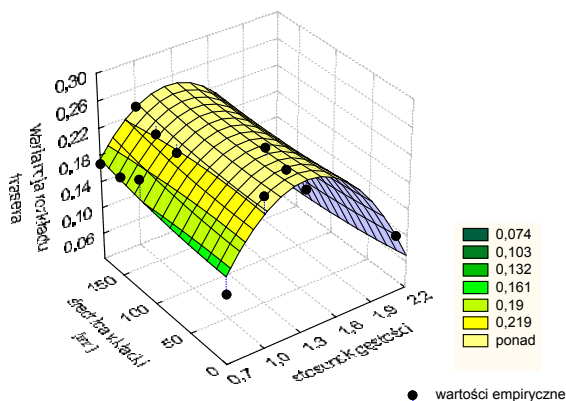
$$R^2 = 0,88$$



- Rys. 2. Przestrzenny rozkład zależności $z=f(x,y)$ uzyskany po pięciu przesypach mieszania układów grupy A. Model teoretyczny
- Fig. 2. Spatial distribution of the $z=f(x,y)$ relation obtained after five pourings of patterns from mixing group A. Theoretical model

$$z = -0,2317x^2 + 0,6174x - 0,0838 - 0,0002xy + 6,5618e^{-7}y^2 + 0,00013y - 0,0838$$

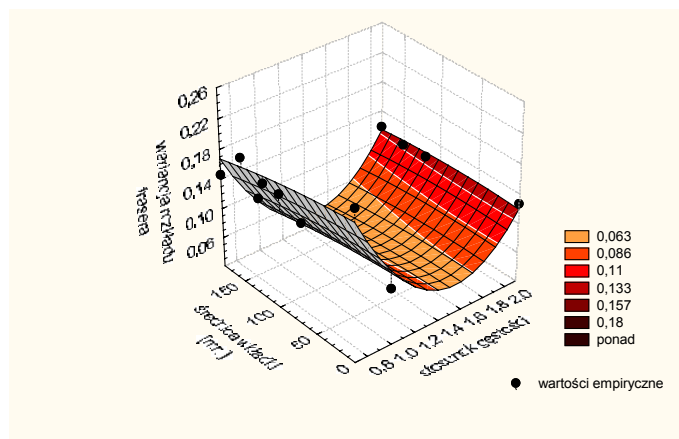
$$R^2 = 0,95$$



- Rys. 3. Przestrzenny rozkład zależności $z=f(x,y)$ uzyskany po dziesięciu przesypach mieszania układów grupy A. Model teoretyczny
- Fig. 3. Spatial distribution of the relationship $z=f(x,y)$ gotten after ten flows mixing the systems of the A group. Theoretical model

$$z = 0,2035x^2 - 0,6304x + 0,2727 + 0,0001xy - 4,9697e^{-7}y^2 - 0,0002y + 0,2727$$

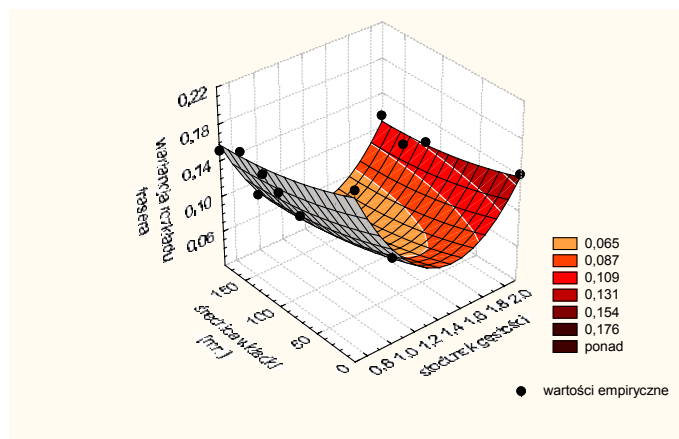
$$R^2 = 0,91$$



Rys. 4. Przestrzenny rozkład zależności $z=f(x,y)$ uzyskany po pięciu przesypach mieszania układów grupy B. Model teoretyczny
 Fig. 4. Spatial distribution of the $z=f(x,y)$ relation obtained after five pourings of patterns from mixing group B. Theoretical model

$$z = 0,1803x^2 - 0,5475x + 0,2464 + 0,00004xy - 9,4169e^{-7}y^2 - 0,00042y + 0,2464$$

$$R^2 = 0,93$$



Rys. 5. Przestrzenny rozkład zależności $z=f(x,y)$ uzyskany po dziesięciu przesypach mieszania układów grupy B. Model teoretyczny
 Fig. 5. Spatial distribution of the $z=f(x,y)$ relation obtained after ten pourings of patterns from mixing group B. Theoretical model

Wprowadzenie do modelu regresji kwadratowej dwóch wyrazów wolnych dla zmiennych x i y pozwoliło na lepsze dopasowanie danych teoretycznych do empirycznych. Estymację parametrów założonego modelu dokonano przy użyciu aplikacji komputerowej; moduł „regresja nieliniowa”. W wyniku analizy uzyskano estymatory regresji, wartości przewidywane, wielkość dopasowania danych empirycznych do modelu w postaci współczynnika determinacji. Dodatkowo dokonano porównania parametrów estymacji uzyskanych dla kolejnych 10 przesypów w oparciu o test t–Studenta, gdzie odrzucenie hipotezy zerowej pozwala na stwierdzenie odmienności przebiegów funkcji $y=f(x,y)$ dla poszczególnych grup układów ziarnistych (A i B).

Wyniki statystycznej analizy porównawczej (test t–Studenta) parametrów estymacji dla obu grup układów ziarnistych zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki testu t-Studenta

Table 1. Student's t-test results

test t–Studenta dla parametrów grupy A i B		
dla $p < 0,05$		
rodzaj parametru	t	p
parametr a	-27,203	4,502E-16
parametr b	26,508	7,097E-16
parametr c	-24,072	3,844E-15
parametr d	-8,532	9,684E-08
parametr e	-0,878	0,392
parametr f	7,098	1,287E-06
parametr g	-24,072	3,844E-15

Źródło: obliczenia własne autorów

Wartości przewidywane uzyskane w oparciu o model regresji funkcji kwadratowej odzwierciedlają zmiany empiryczne. Wartości współczynnika determinacji dla badanych przypadków są wysokie i mieszczą się w granicach $89,40\% \pm 95,90\%$ dla układów ziarnistych grupy A, natomiast dla układów ziarnistych grupy B – $83,30\% \pm 95,40\%$. Tak więc dopasowanie linii regresji do danych jest bardzo dobre. Dodatkowo poprawność zaproponowanej postaci zależności, potwierdza graficzna interpretacja wyników (rys. 2, 3, 4, 5). Zauważono, iż zależność przestrzenna przedstawia się odmiennie dla grupy A i B, wykresy przyjmują dokładnie odwrotne postaci. Fakt zróżnicowania potwierdza testowanie różnic między średnimi parametrów estymacji. Test t–Studenta wykazał istotne statystycznie różnice estymatorów regresji (tab. 1).

Wnioski

1. Wartości przewidywane uzyskane w oparciu o model regresji funkcji kwadratowej odzwierciedlają zmiany empiryczne.
2. Dopasowanie modelu regresji nieliniowej do danych empirycznych jest bardzo dobre.

3. Przebieg zależności przestrzennej dla układów grupy A i B jest zupełnie odwrotny, tak więc wielkość składnika kluczowego znacznie wpływa na jakość uzyskiwanej mieszanki.
4. Test t-Studenta wykazał istotne statystycznie różnice estymatorów regresji.

Bibliografia

- Lewicki P., Lenart A., Kowalczyk R., Palacha Z.** 1999. Inżynieria procesowa i aparatura przemysłu spożywczego. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa. ISBN 83-204-2324-4.
- Królczyk J., Tukiendorf M.** 2006. Modelowanie udziałów wieloskładnikowej paszy za pomocą funkcji harmonicznej. Inżynieria Rolnicza. Nr 3(78). Kraków. s. 191-202.
- Matuszek D., Tukiendorf M.** 2005. Prognozowanie rozkładu cząstek podczas mieszania systemem funnel-flow. Inżynieria Rolnicza. Nr 14(74). Kraków. s. 229-236.
- Matuszek D., Tukiendorf M.** 2006. Ocena wpływu wkładek daszkowych na proces mieszania układów ziarnistych. Inżynieria Rolnicza. Nr 12(87). Kraków. s. 351-360.
- Matuszek D., Tukiendorf M.** 2007a. Komputerowa analiza obrazu w ocenie mieszania układów ziarnistych (system funnel-flow). Inżynieria Rolnicza. Numer 2(90), Kraków 2007, s. 183-188.
- Matuszek D., Tukiendorf M.** 2007b. Rozkład koncentracji składników podczas mieszania funnel-flow z systemem RSI. Inżynieria Rolnicza. Nr 6(94). Kraków. s. 159-165.
- Tukiendorf M.** 2003a. Modelowanie neuronowe procesów mieszania niejednorodnych układów ziarnistych. Rozprawy Naukowe Akademii Rolniczej w Lublinie. Zeszyt 272. Lublin.
- Tukiendorf M.** 2003b. Wpływ zmiany skali urządzenia mieszającego na wyniki procesu mieszania materiałów ziarnistych podczas wysypu ze zbiorników. XI Ogólnopolska Konferencja „Postęp w Inżynierii Żywności”. Frombork. s. 9-12.
- Tukiendorf M.** 2003c. Optymalizacja procesu mieszania metodą ze zbiornika do zbiornika układów niejednorodnych. Matematyczny model dwuwymiarowy – cz. I. Postęp Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1. Warszawa. s. 21- 23.
- Tukiendorf M.** 2003d. Optymalizacja procesu mieszania metodą ze zbiornika do zbiornika ziarnistych układów niejednorodnych. Matematyczny model dwuwymiarowy – cz. II. Postęp Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 2. Warszawa. s. 24-26.

ADAPTATION OF SQUARE FUNCTION TO THE DESCRIPTION OF CHANGES IN GRANULAR MIX QUALITY

Abstract. The authors described quality changes for binary non-homogeneous granular mixes during mixing by the funnel flow system, with supporting inserts. Modelling of tracer distribution variance changes (quality determinant) was based on two parameters: the ratio of mixed components density (where: $\rho_1/\rho_2 > \text{one}$, $< \text{one}$ and equal to one), and roof insert diameter (where: $d_1=120$ mm, $d_2=150$ mm, $d_3=180$ mm). Square function formula constituted the two-dimensional relation. The modelling was carried out on the basis of nonlinear regression. The two-dimensional model illustrated well the change in empirical data.

Key words: granular materials, *funnel flow* system, statistical modelling

Adres do korespondencji:

Dominika Matuszek; mail: d.matuszek@po.opole.pl
Katedra Techniki Rolniczej i Leśnej
Politechnika Opolska
ul. Mikołajczyka 5
45-271 Opole