

## ZASTOSOWANIE RÓWNANIA BOUSSINESQUE'A DO OKREŚLANIA NAPRĘŻEŃ W GLEBIE WYWOŁANYCH ODDZIAŁYWANIEM ZESTAWÓW MASZYN

Yuri Chigarev, Rafał Nowowiejski, Jan B. Dawidowski

*Instytut Inżynierii Rolniczej, Akademia Rolnicza w Szczecinie*

Marina Nazarova

*Białoruski Państwowy Uniwersytet Rolniczo-Techniczny, Mińsk, Białoruś*

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia analizę oddziaływania układu sił skupionych przyłożonych do powierzchni gleby na wartość pionowej składowej naprężenia w glebie. Wykazano, że oddziaływanie to należy traktować łącznie w przypadku niewielkich odległości dzielących te siły czy znaczących wartości tych sił. Jest to szczególnie istotne dla warstwy podornej gleby.

**Słowa kluczowe:** naprężenie w glebie, wzór Boussinesque'a, zestawy maszyn, podglebie

### Wstęp

W wielu ośrodkach badawczych prowadzone są badania na temat odporności podglebia na zagęszczenie, czyli jego dopuszczalnej nośności agrotechnicznej. Jednakże większość prac w tym zakresie prowadzona była w warunkach statycznego obciążenia koła, pługa lub innych czynników, bez uwzględniania układu kół i innych sił pochodzących od rzeczywistego sprzętu rolniczego działającego w glebie. Dlatego wyniki tych badań mają przybliżony charakter. W rozwiązywaniu problemów związanych z oddziaływaniem kół na glebę dla określenia wartości naprężenia w poszczególnych punktach gleby stosowane często są klasyczne wzory Boussinesque. Istnieje możliwość przeprowadzenia za pomocą tego wzoru analizy oddziaływania na glebę zestawu maszyn. Daje to przesłanki do projektowania sprzętu przyjaznego dla podglebia t.j., takiego, w którym nacisk na glebę będzie dostosowany do wytrzymałości warstwy podornej.

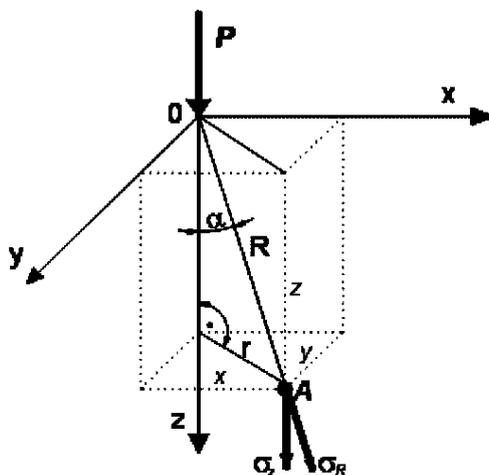
### Metodyka badań

Rozpatrując zjawisko powstawania naprężeń wywołanych w półprzestrzeni glebowej pionową siłą przyłożoną do jej powierzchni granicznej, wartość naprężenia normalnego wzdłuż osi  $z$  można określić posługując się wzorem Boussinesqu z poprawkami Frohlicha

$$\sigma_z = \frac{\nu}{2} \frac{P}{\pi R^2} \cos^{\nu} \alpha \quad (1)$$

gdzie:

$\alpha$  – kąt pomiędzy promieniem  $R$  a osią  $Oz$ ,  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$  (rys. 1).



Rys. 1. Schemat obciążenia półprzestrzeni glebowej pojedynczą siłą skupioną  
 Fig. 1. Schematic presentation of the loading on the soil surface by machine unit forces

Przyjmując wartość współczynnika koncentracji naprężeń  $\nu = 3$  oraz podstawiając za  $\cos \alpha$  we wzorze (1)  $\frac{z}{R}$  oraz uwzględniając, że  $R^2 = z^2 + r^2$ , gdzie  $r^2 = x^2 + y^2$  otrzymuje się

$$\sigma_z = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi z^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{kP}{z^2} \quad (2)$$

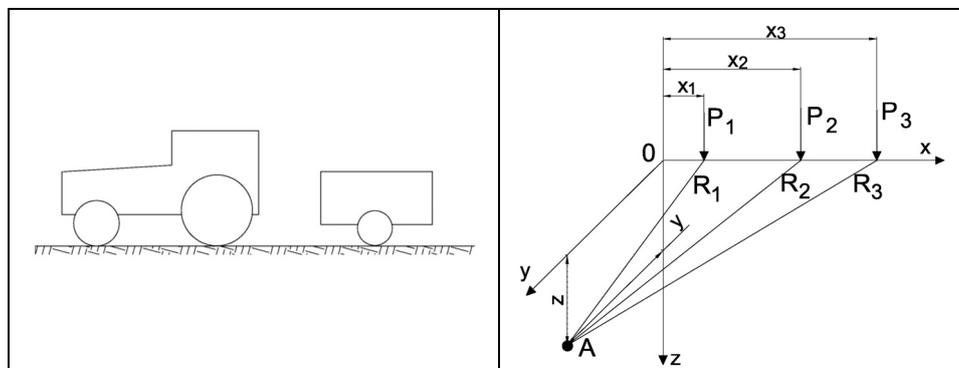
gdzie

$$k = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}; \quad r^2 = x^2 + y^2$$

Wartości współczynnika  $k$  zależą od stosunku  $\frac{r}{z}$ . Wzór (2) można zastosować do zestawu maszyn. Rozpatrując zestaw składający się z ciągnika oraz przyczepy (rys. 2a), oddziaływującego na glebę siłami jak na rys. 2b, otrzymuje się w tym przypadku składową pionową naprężenia normalnego w punkcie  $A$  zgodnie z wzorem

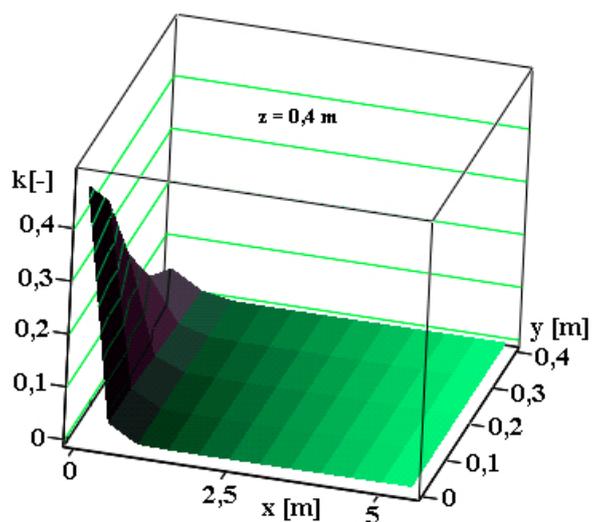
$$\sigma_z = k_1 \frac{P_1}{z^2} + k_2 \frac{P_2}{z^2} + k_3 \frac{P_3}{z^2} \quad (3)$$

Wykresy na rysunkach 3 i 4 przedstawiają zależność wartości współczynnika  $k$  od położenia rozpatrywanego punktu gleby  $A$  o współrzędnych  $(0, y, z=0,4 \text{ m})$  względem punktu przyłożenia siły o współrzędnych  $(x, 0, 0)$  oddziaływującej na powierzchnię gleby.



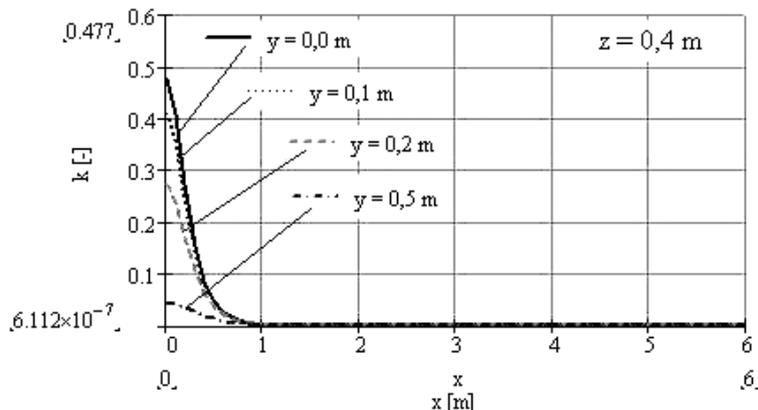
Rys. 2. Schemat obciążenia powierzchni gleby siłami od zestawu maszyn

Fig. 2. Schematic presentation of the loading on the soil surface by forces from a set of machines



Rys. 3. Zmiana wartości współczynnika  $k$  dla punktu gleby  $A(0,y,z)$  w zależności od położenia punktu przyłożenia siły. Przyjęto zakres współrzędnej  $y$  od 0 do 0,4 m oraz współrzędnej  $x$  punktu przyłożenia siły  $P$  od 0 do 6 m

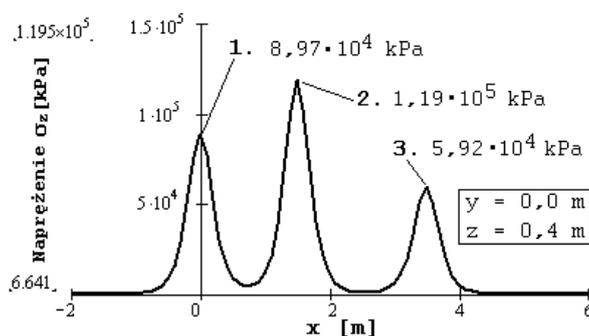
Fig. 3. Changes in the values of the coefficient  $k$  for the soil point  $A(0, y, z)$ , depending on the position of the force application point. The accepted range of the coordinate  $y$  is from 0 to 0.4 m and the range of the coordinate  $x$  of the point of application of the force  $P$  is from 0 to 6 m



Rys. 4. Zmiana wartości współczynnika  $k(x)$  dla punktu gleby  $A(0,y,z)$  dla wybranych wartości współrzędnej  $y$   
 Fig. 4. Changes in the values of the coordinate  $k(x)$  for the soil point  $A(0, y, z)$ , for the selected values of the coordinate  $y$

Jak wynika z przedstawionych wykresów wartość tego współczynnika wykazuje silną zależność od położenia punktu przyłożenia siły obciążającej glebę (promienia  $R$ ) jedynie dla niewielkich odległości dzielących obydwie punkty. Oczywistym jest też, że wartości te są największe wtedy, gdy współrzędne  $x$  i  $y$  równe są zero, czyli gdy rozpatrywany punkt gleby znajduje się w linii działania siły.

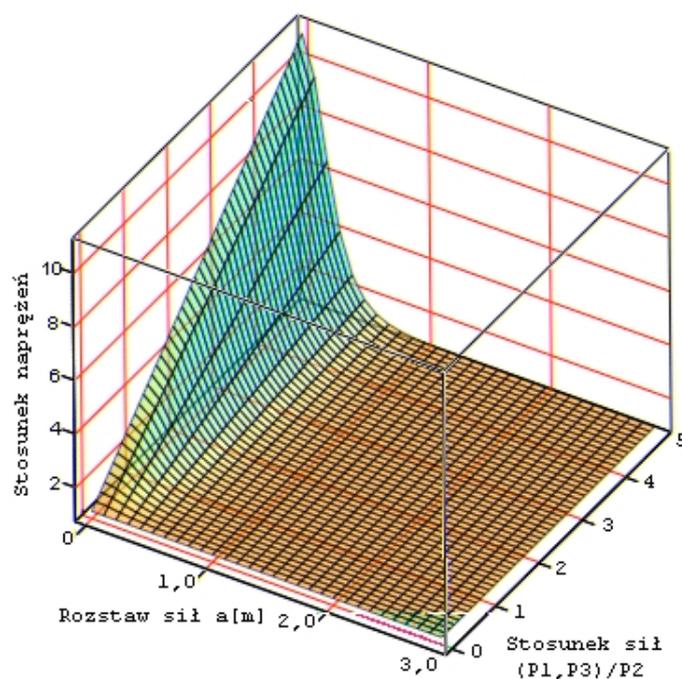
Wykres na rysunku 5 przedstawia zmienność wartości naprężenia pionowego w punktach gleby leżących w płaszczyźnie działania sił ( $y = 0$ ) na głębokości 0,4 m. Do obliczeń przyjęto następujące wartości sił działających na powierzchnię gleby,  $P_1 = 30 \cdot \text{kN}$ ,  $P_2 = 40 \cdot \text{kN}$  oraz  $P_3 = 20 \cdot \text{kN}$ . Przyjęto, że odległości między siłami  $P_1$  i  $P_2$  oraz  $P_2$  i  $P_3$  są równe odpowiednio 1,5 i 2,0 m. Na wykresie zaznaczono również wartości szczytowe naprężenia w punktach gleby leżących w liniach działania sił  $P_1$ ,  $P_2$  i  $P_3$  wywieranych przez zestaw maszyn (rys. 2).



Rys. 5. Zmiana wartości składowej pionowej naprężenia w punkcie gleby  $A(x,0,z)$   
 Fig. 5. Changes in the values of the vertical component of stress at the soil point  $A(x, 0, z)$

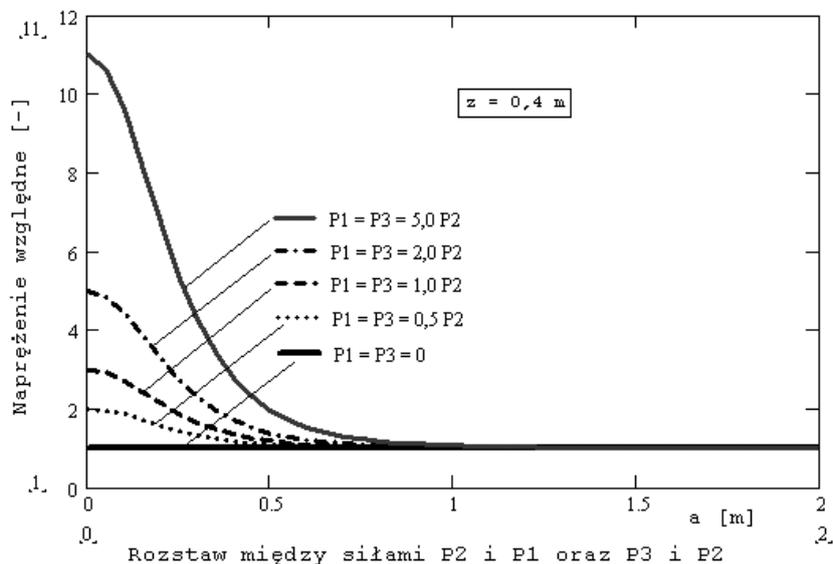
Jak z powyższego wykresu widać, maksymalne naprężenia występują w punkcie gleby znajdującym się pod siłą  $P_2$ . Aby określić na ile na ten stan wpływ mają siły  $P_1$  i  $P_3$ , wykonano obliczenia wartości naprężenia w tymże punkcie gleby dla szerszego zakresu zmienności sił sąsiadujących. Dla zobiektywizowania wyników obliczone wartości odniesiono do przypadku, gdy występuje jedynie siła  $P_2$ , czyli siły  $P_1$  i  $P_3$  równe są zero. Przyjęto także, że rozstawy między siłą  $P_2$  a siłami sąsiadującymi są sobie równe. Na rysunku 6 pokazano zmienność tego naprężenia względnego dla różnych wartości rozstawu sił oraz różnych wartości stosunku sił  $P_1$  i  $P_3$  do siły  $P_2$ . Kilka krzywych dla wybranych wartości tego stosunku przedstawia wykres zamieszczony na rys. 7. Dla wszystkich krzywych rozpatrywany punkt gleby położony był głębokości  $z=0,4$  m.

Analiza tych wykresów wskazuje, że wpływ sił sąsiadujących na wartość naprężenia jest istotny jedynie w ograniczonej odległości od rozpatrywanego punktu gleby i szybko zanika wraz z wzrostem tej odległości. Pozwala to na stworzenie przesłanek do takiego, przyjaznego glebie, konstruowania sprzętu rolniczego, który pozwoli na minimalizowanie sumarycznego wpływu sił obciążających glebę. Jest to szczególnie istotne w przypadku warstwy podornej gdzie nie sięgają typowe zabiegi kultywacyjne.



Rys. 6. Zmiana wartości względnej pionowej składowej naprężenia w punkcie gleby pod siłą  $P_2$  w zależności od wartości i rozstawu sił sąsiadujących

Fig. 6. Changes in the relative value of the vertical component of stress at the soil point under the force  $P_2$  depending on the values and distance of adjacent forces



Rys. 7. Zmiana wartości względnej składowej pionowej napężenia w punkcie gleby pod siłą  $P_2$  dla wybranych wartości stosunku sił ( $P_1, P_3/P_2$ )

Fig. 7. Changes in the relative value of the vertical component of stress at the soil point under the force  $P_2$  for the selected values of the force ratio ( $P_1, P_3/P_2$ )

## Wnioski

1. Oddziaływanie siły skupionej przyłożonej do powierzchni gleby na wartość napężenia w glebie jest oddziaływaniem szybko malejącym wraz z wzrostem odległości pomiędzy rozpatrywanym punktem gleby a linią działania siły.
2. W przypadku obciążenia powierzchni gleby układem sił należy uwzględniać wpływ sił sąsiadujących jedynie w przypadku niewielkich (<1,5 m) odległości je dzielących oraz ich znacznych wartości.
3. Przeprowadzona analiza ma charakter przybliżony i powinna być uzupełniona poprzez uwzględnienie wpływu właściwości gleby na propagację w niej naprężeń.

## Bibliografia

- Chigarev Yu, Sinkiewicz P. 2004. Matematyczne podstawy mechaniki gleby. Mińsk, UP Techno-print.
- Dawidowski J. B., Nowowiejski R. 2006. Oddziaływanie pojazdów rolniczych na środowisko glebowe. Materiały kongresowe. Szczecińskie Towarzystwo Naukowe. Szczecin 2006. s. 154-155.

## THE USE OF BOUSSINESQUE'S EQUATION TO DETERMINE STRESSES IN SOIL CAUSED BY THE ACTION OF MACHINE UNITS

**Abstract.** The paper presents an analysis of the effect of a system of concentrated forces applied to the soil surface on the value of the vertical component of the soil stress. It has been found that this action should be treated totally in the case of small distances between these forces or the distances determining the values of these forces. This is of special importance for the subarable layer.

**Key words:** soil stresses, Boussinesque's equation, machine units, subarable layer  
Schematic presentation of the loading on the soil semispace by a single concentrated force

**Adres do korespondencji:**

Yuri Chigarev; e-mail [chigarev@agro.ar.szczecin.pl](mailto:chigarev@agro.ar.szczecin.pl)  
Instytut Inżynierii Rolniczej  
Akademia Rolnicza w Szczecinie  
ul. Papieża Pawła VI/1  
71-422 Szczecin